

アレー補間を用いた高精度到来波推定とその応用

市 毛 弘 一 横浜国立大学大学院工学研究院准教授

1 はじめに

近年、通信媒体による無線通信の爆発的な普及に伴い、通信品質を確保するためには多重電波伝搬構造を詳細に把握する必要がある。到来波の分離推定が非常に重要となる [1, 2]。中でも注目を浴びている到来方向推定手法として "Superresolution 法" と呼ばれる MUSIC 法 [3] や root-MUSIC 法 [4], ESPRIT 法 [5] などが挙げられる。これらの手法は、大きく 2 つのグループに大別できる。ひとつは MUSIC 法などによるスペクトルサーチを行うことで到来方向を推定する手法である。この手法では任意のアレー形状に適用できるが、低 SNR 時やスナップショット数を十分に取れないような劣悪環境時には、精度が著しく劣化するという欠点がある。

もうひとつは root-MUSIC 法や ESPRIT 法などに代表されるような代数的に到来角を算出する手法である。これらの手法は、分解能特性は非常に良好だが、アレー応答ベクトルがバンドルモンド形 (等比数列) として与えることができる等間隔リニアアレー (ULA), または平行移動で重なる 2 つの同形アレーにしか適用できないといった制限が加わる。また、 360° 到来方向推定可能である等間隔円形アレー (UCA) 等に適用させるためには、アレー補間処理が必要となる。このアレー補間処理のひとつとして、拡張 Root-MUSIC 法 [6] が挙げられる。本稿では、まず拡張 Root-MUSIC 法を用いて到来方向推定特性を示し、さらに電波暗室での実験を行い、その性能を確認する。

一方、これら既存の高精度到来方向推定手法では、固有値分解や最尤推定といった技術が用いられているが、信号相関については一般的な相互相関関数のみが用いられている。相関関数の概念は通信信号のみにとどまらず、画像照合などのセキュリティー分野、医療分野などにおいて幅広く利用されており、特に 2 つの画像間の位置のずれや回転、拡大縮小などのパラメータを照合する上で、有効な手法である。相関関数の代表的な例として相互相関関数 (Cross-Correlation: CC), 位相限定相関関数 (Phase-Only-Correlation: POC) などがある [7, 8]。

本稿では、上述の POC 関数等を用いて各素子受信データの信号相関を取り、伝播遅延を求め、到来角を代数的に算出することを目的として、信号相関関数と推定精度との関係についての基礎検討を行う。移動体通信でよく用いられる狭帯域信号に対して POC を適用した場合、信号スペクトルが存在しない帯域の情報に対しても逆フーリエ変換を行うことから、望ましいピークを検出できないことが予想される。そこで、POC を用いる際に、逆フーリエ変換を行う範囲を信号スペクトルが存在する帯域内に限定した改良型の POC 関数を用いることで、低 SNR, 低スナップショットという劣悪な環境下においても、遅延ピークを検出し、そこから到来角を推定できることが期待できる。

2 準備

2.1 アレーアンテナにおける受信信号モデル

まず、到来方向推定を説明する上で基本となるアレーアンテナによる到来方向推定の基本原理について示す。図1に示すような K 素子リニアアレーの受信データについて考える。各素子の位置は d_i とし、各々の複素素子指向性を $g_i(\theta)$ とする。このとき、 θ 方向から到来する1波の入力信号 $s(t)$ の i 番目の素子における受信信号 $x_i(t)$ は、以下のように表される。

$$\begin{aligned} x_i(t) &= g_i(\theta)e^{-j2\pi f\tau_i}s(t) + n_i(t) \\ &= e^{-j2\pi f\frac{d_i\sin\theta}{v_0}}s(t) + n_i(t) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで $n_i(t)$ は i 番目の素子の付加雑音、 v_0 は到来波の伝播速度、 τ_i は基準点に対する平面波の波面の伝播遅延を表す。

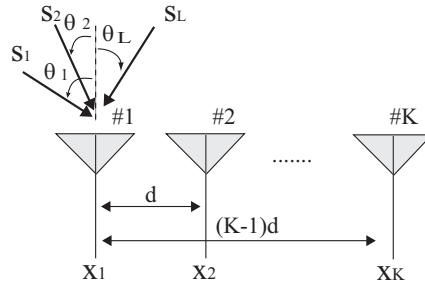


図 1: K 素子リニアアレー

2.2 相関関数

本節では、本稿で用いる相関関数の定義および関連事項を準備する。

2つの1次元信号を、 $f(n)$ および $g(n)$ とする。ただし、定式化の便宜上、離散空間のインデックスを $n = -M, \dots, M$ とする。これらの1次元信号 $f(n)$ および $g(n)$ の1次元 DFT を次式で定義する。

$$F(k) = \sum_{n=-M}^M f(n)W_N^{kn} = A_F(k)e^{j\theta_F(k)} \quad (2)$$

$$G(k) = \sum_{n=-M}^M g(n)W_N^{kn} = A_G(k)e^{j\theta_G(k)} \quad (3)$$

ただし、 $W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$ である。ここで $A_F(k)$ および $A_G(k)$ は、それぞれ1次元信号 $f(n)$ および $g(n)$ の振幅成分、 $e^{j\theta_F(k)}$ および $e^{j\theta_G(k)}$ はそれぞれ位相成分である。一般性を失うことなく離散周波数のインデックスを $k = -M, \dots, M$ とすることができる。

2.2.1 自己相関関数

まず、自己相関関数 (CC) の定義について説明する。自己相関関数は2つの関数の振幅と位相を同時に考慮した相関関数である。\$F(k)\$ と \$G(k)\$ の合成スペクトル \$R(k)\$ を次のように定義する。

$$R(k) = F(k)\overline{G(k)} \quad (4)$$

ここで、\$\overline{G(k)}\$ は \$G(k)\$ の複素共役である。\$R(k)\$ を1次元逆離散フーリエ変換 (Inverse Discrete Fourier Transform: IDFT) することで、自己相関関数 \$r_{CC}(n)\$ は次のように計算される。

$$\begin{aligned} r_{CC}(n) &= \frac{1}{N} \sum_{k=-M}^M R(k)W_N^{-kn} \\ &= \text{IDFT} \left[F(k)\overline{G(k)} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

2.2.2 位相限定相関関数

次に、位相限定相関関数 (POC) の定義について説明する。位相限定相関関数は2つの関数の位相間のみの相関を考えた相関関数である。位相限定相関関数の合成位相スペクトル \$\hat{R}(k)\$ を次のように定義する。

$$\hat{R}(k) = \frac{F(k)\overline{G(k)}}{|F(k)\overline{G(k)}|} = e^{j\theta(k)} \quad (6)$$

位相限定相関関数 \$r_{POC}(n)\$ は同様に次のように定義する。

$$\begin{aligned} r_{POC}(n) &= \frac{1}{N} \sum_{k=-M}^M \hat{R}(k)W_N^{-kn} \\ &= \text{IDFT} \left[\frac{F(k)\overline{G(k)}}{|F(k)\overline{G(k)}|} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

3 拡張 Root-MUSIC 法を用いた DOA 推定

アレー補間処理は到来方向推定処理を行う前の処理である。一般に、この処理は、\$N\$ 素子の実際の任意アレー形状のアレー応答ベクトル \$a(\theta)\$ を \$\tilde{N}\$ 素子と仮定する仮想の任意アレー形状のアレー応答ベクトル \$d(\theta)\$ へ線形変換を行う。拡張 Root-MUSIC 法では、従来法と逆の観点から提案された手法であり、「仮想アレー応答ベクトル \$d(\theta)\$ から実際のアレー応答ベクトル \$a(\theta)\$ への変換行列 \$G\$」として定義され、以下の最小2乗問題として解くことができる。

$$\arg \min_G \left\{ \sum_{i=1}^T \left\| a(\theta_i) - Gd(\theta_i) \right\|_F^2 \right\} \quad (8)$$

また、変換行列 \$G\$ を用いて、Root-MUSIC 多項式を以下のように表すことができる。

$$F_{root}(\phi) = \sum_{\ell=-(M-1)}^{\tilde{M}-1} c(\ell)e^{j\ell\phi} \quad (9)$$

ただし

$$c(\ell) = \sum_{i,j:j-i=\ell} E_g(i,j), \quad (10)$$

$$E_g = G^H E_\eta E_\eta^H G \quad (11)$$

であり、 \bar{M} と E_η はそれぞれ仮想アレー素子数、雑音部分空間の固有ベクトルとする [6].

式 (9) を用いて到来方向を推定し、RMSE の SNR 依存特性を調べた結果を図 2 に表す. 図 2 からわかるように、仮想アレー素子数を 13 素子以上 (一般には、実アレー素子数の約 1.5 倍の奇数値) に設定すると、推定誤差が十分小さく抑えられ、かつ高速に推定可能である.

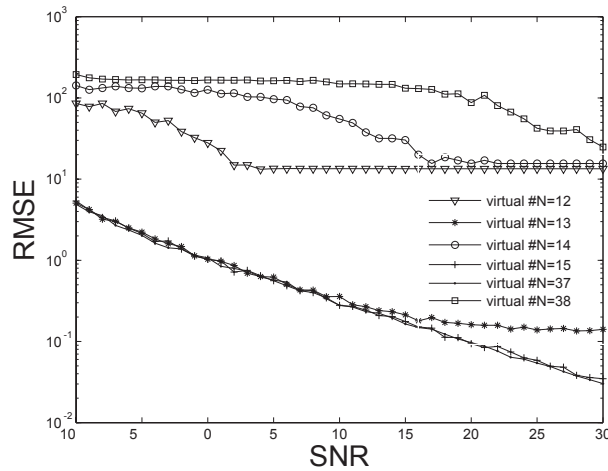


図 2: RMSE の SNR 依存特性

モノポールアンテナから構成された等間隔円形アレーを用い、電波暗室での実験において到来方向推定特性を確認した. 実験とシミュレーション諸元を表 1 に示す. 図 2 からわかるように、到来方向が -20° の場合では、シミュレーションと実験ともに、拡張 Root-MUSIC 法を用いた場合の RMSE 特性は MUSIC 法のものよりも改善されており、低スナップショット数でも高精度な到来方向推定が可能であることを確認した.

表 1: 実験・シミュレーション諸元

到来波数	正弦波 1 波
到来方向	-20°
実アンテナ素子数	UCA 8 素子, 半径: 0.5λ
仮想アンテナ素子数	ULA 13 素子, 素子間隔: 0.5λ
SNR(シミュレーション)	20 dB
スナップショット数	256(図 2), 可変(図 3)
到来方向推定法	拡張 Root-MUSIC, MUSIC

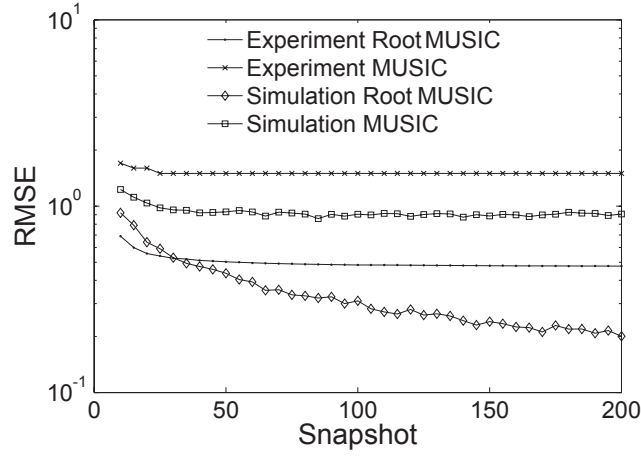


図 3: RMSE のスナップショット数依存特性

4 位相相関を用いた DOA 推定

4.1 到来方向推定の流れ

基礎検討として，簡単な 1 波が到来する際の 2 素子のリニアアレーアンテナモデルを考える．式 (1)～(3) から分かるように到来角は伝播遅延サンプルに依存することが分かる．1, 2 素子目の受信データ $x_1(n)$, $x_2(n)$ を DFT したものをそれぞれ $X_1(k)$, $X_2(k)$ とすると，POC 関数は

$$r_{\text{POC}}(n) = \text{IDFT} \left[\frac{X_1(k)\overline{X_2(k)}}{|X_1(k)\overline{X_2(k)}|} \right] \quad (12)$$

となり， $r_{\text{POC}}(n)$ は伝播遅延サンプルを示すことになる．また，式 (1) より遅延時間は

$$\tau = \frac{d \sin(\theta)}{v_0} \quad (13)$$

である．アレー素子間隔を搬送波の半波長とすると

$$d = \frac{1}{2}\lambda \quad (14)$$

さらに $v_0 = f\lambda$ の関係を用いて

$$\theta = \sin^{-1} 2f\tau \quad (15)$$

となり，到来方向推定が可能である．

ここで，入力信号としてランダム信号（一様分布する乱数信号）を用い，この信号 1 に対して 30 サンプル遅延させた信号を信号 2 とした場合の各相関関数のスペクトルを図 4 に示す．スペクトルを比較するため，それぞれ正規化を行った．CC 関数のスペクトルはピークが埋もれやすいのに対し，POC 関数のスペクトルは先鋭性があり，十分にスナップショットが取れない状況下においても，遅延サンプル数を検出できると期待できる．また，複素入力信号の場合においても同様のスペクトルが得られることを確認している．

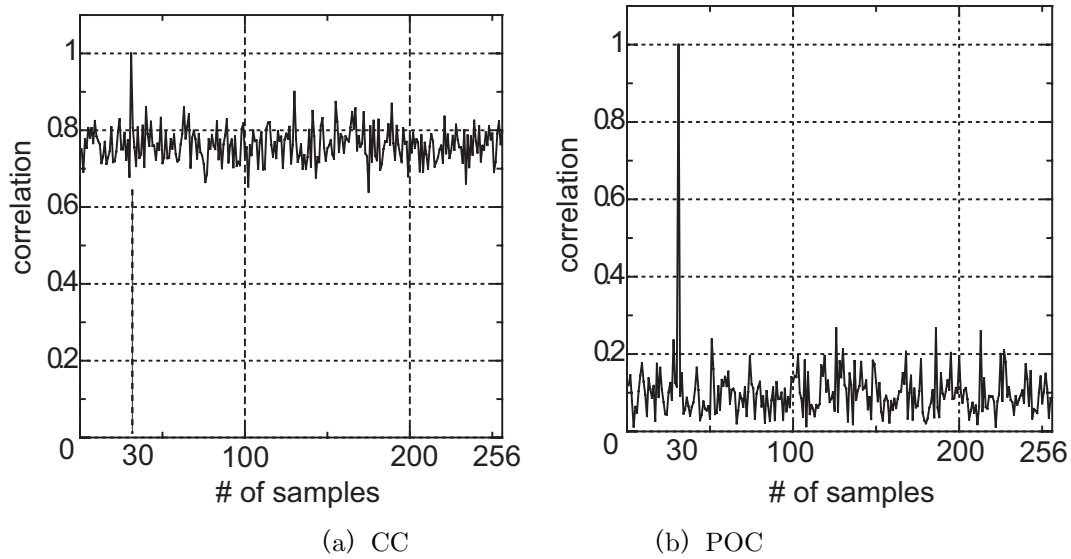


図 4: 各相関関数のスペクトラム図

4.2 帯域を限定した位相限定相関関数

第 1 章で述べた通り，入力信号が狭帯域の場合に位相限定相関を計算すると，逆フーリエ変換を行う際に本来信号がない帯域の情報も逆フーリエ変換してしまい，所望のピーク以外にも冗長なピークが立つことが予想される．そこで，入力する信号スペクトルから IFFT する範囲を限定することを考える．

広帯域信号・狭帯域信号を FFT したスペクトルをそれぞれ図 5(a),(b) に示す．図 5(b) のように，スペクトルの存在する帯域範囲を N_1 から N_2 とし，この範囲に限定して IFFT を行う．すなわち，式 (9) を次式で置き換える．

$$r_{\text{POC}}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=N_1}^{N_2} \hat{R}(k) W_N^{-kn} \quad (16)$$

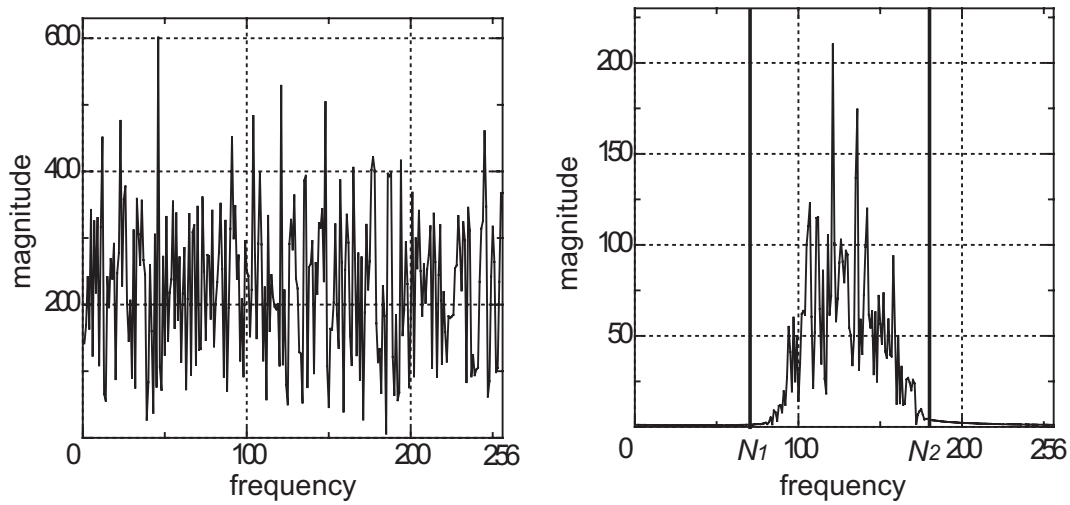
この式を用いて POC 関数を計算することで，冗長なピークが立つことを抑制し，所望のピークのみを観測できるものと期待される．

4.3 シミュレーション

ここでは，狭帯域信号の一例として帯域制限された複素ランダム信号を用いて，相関関数の DOA への推定精度の検証を行う．基本的なシミュレーション諸元を表 2 に示す．また本稿では，アレー素子間隔を半波長として考えているので，到来角が 60[deg] とすると，対応する遅延サンプル数はサンプリング周期を考慮すると，式 (15) から

$$\tau = \frac{\sin \theta}{2ft} \simeq 7 \quad (17)$$

となることがわかる．3.2 節で述べたように，POC の定義を狭帯域信号に対応して変化させることで，適切なスペクトルの形成が可能となる．



(a) 広帯域信号の場合 (b) 狭帯域信号の場合

図 5: 信号帯域のスペクトラム

表 2: シミュレーション諸元

アレー素子数	2 素子
素子間隔	半波長
到来波数	1
到来方向	60[deg]
入力信号	帯域制限された複素ランダム信号
中心周波数	2[GHz]
サンプリング周期	3.125×10^{-11} [sec]
スナップショット数	1024
FFT 点数	1024
試行回数	500

CC および POC のスペクトル波形を図 6 に示す。またここでの POC は 3.2 節で述べた帯域で限定した位相限定相関関数を用いた。図 6 より、POC スペクトルは CC よりも分解能が鋭く、ピーク検出が容易であることが確認できる。また、遅延時間および到来方向の推定精度も良好である。

前節に示した相関関数のスペクトルを用いて推定精度の評価を行った。また評価手段として、RMSE(Root Mean Square Error) 特性とし、式 (18) で評価する。ただし、 $\hat{\theta}_i$ は i 回目の試行の際の推定された角度、 θ は与えた角度、また N は到来方向推定の試行回数を示す。

$$\text{RMSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{(\hat{\theta}_i - \theta)^2} \quad (18)$$

SNR を変化させた際の特性を図 7 に示す。図 7 より、POC を相関関数として用いた場合、より高精度に到来方向を推定できていることが確認できる。

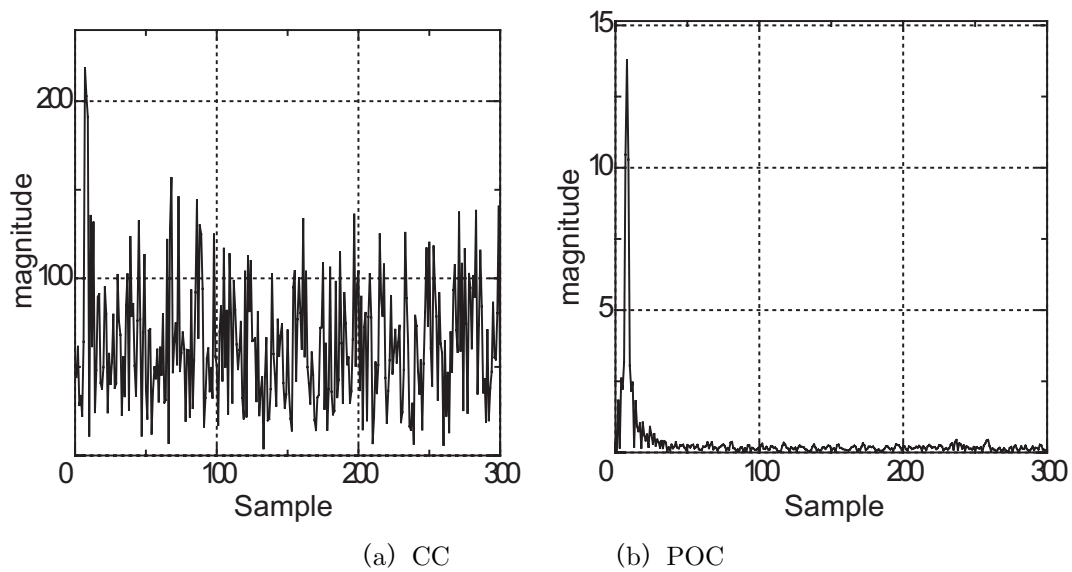


図 6: CC および POC のスペクトル

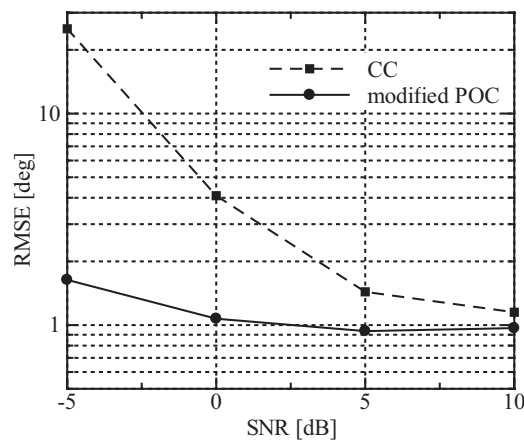


図 7: RMSE 特性

5 結論

本稿では、到来方向推定におけるアレー補間および関連する相関関数についての基礎検討として、拡張 Root-MUSIC 法および位相限定相関を用いた到来方向推定手法について考察した。まず、アレー補間処理の例として拡張 Root-MUSIC 法を用いて到来方向推定を行った結果を示し、さらに電波暗室での実験を行い、その性能を確認した。また、関連する位相相関を一部改良した新たな到来方向推定手法を提案した。シミュレーションの結果、従来到来方向推定で用いられている相互相関関数を、位相限定相関関数で置き換えることで推定精度の改善が可能であることを確認した。本稿での検討は簡単なモデルでの基礎検討であったことから、より実場面に近い複雑なモデルでの到来方向推定手法の確立および評価が今後の課題である。

参考文献

- [1] 菊間信良, ”アダプティブアンテナ技術”, オーム社, 2003年.
- [2] J. C. Liberti Jr., T. S. Rappaport, Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications, Prentice-Hall, NJ, USA, 1999.
- [3] R. O. Schmidt, ”Multiple emitter location and signal parameter estimation,” IEEE Trans. Antenna & Propagat., vol.34, no.3, pp.276-280, Mar. 1986.
- [4] A. J. Barabell, ”Improving the resolution performance of eigenstructure-based direction finding algorithms,” Proc. Int’l Conf. Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), pp. 336-339, 1983.
- [5] R. Roy and T. Kailath, ”ESPRIT—Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques”, IEEE Trans. Acoust., Speech, and Signal Processing, vol.37, pp.984-995, July 1989.
- [6] F. Belloni, A. Richter, V. Koivunen, “Extension of root-MUSIC to non-ULA Array configurations,” Proc. Int’l Conf. on Acoust.,Speech and Signal Processing (ICASSP),
- [7] C. D. Kuglin, D. C. Hines, ”The Phase Correlation Image Alignment Method”, Proc. IEEE Int’l Conf. on Cybernetics and Society, pp. 163-165, 1975.
- [8] K. Takita, T. Aoki, Y. Sasaki, T. Higuchi, K. Kobatashi, ”High-Accuracy Subpixel Image Registration Based on Phase-Only Correlation”, IEICE Trans. Fundamentals, vol. E86-A, no. 8, pp. 1925-1934, Aug. 2003.

〈発表資料〉

題名	掲載誌・学会名等	発表年月
到来方向推定における相関関数と推定精度との関係についての基礎検討	電子情報通信学会第 22 回信号処理シンポジウム講演論文集	2007 年 11 月
拡張 Root-MUSIC 法による到来方向推定精度の実験的評価	電子情報通信学会 2008 年総合大会講演論文集	2008 年 3 月