

# カオス理論に基づいたスペクトル拡散符号の設計と CDMA 通信への応用

代表研究者 常 田 明 夫 熊本大学大学院自然科学研究科 准教授

## 1 はじめに

線形フィードバックシフトレジスタ (LFSR) から生成されるM系列やこれを基にした Gold 系列は、直接拡散方式符号分割多元接続(Direct Sequence/Code Division Multiple Access; DS/CDMA) 用のスペクトル拡散符号として良く知られており [1], 現在の移動体無線通信で用いられている. 非同期 DS/CDMA 通信においては、適切な負の自己相関をもつスペクトル拡散符号を用いることにより、従来の符号よりもビット誤り率を低減できることが示されており [2] [3], そのような符号を生成できる一次元非線形カオス写像を応用する試みも盛んになされている [2]-[8].

一次元写像はカオスを呈する最も簡単なシステムであり、非周期の実数値系列を2値系列に変換し、ある適当な長さで打ち切ることで周期2値系列として利用でき、初期値等のパラメータを変えるだけで、異なった系列のファミリーを多種類形成できる. また、一次元写像から生成されるカオス2値系列の自己相関関数は理論的解析が可能であり、写像や2値化関数を選ぶことで、指定した自己相関特性を有する系列が設計可能であることも重要である [2]-[8]. その中でも指数関数的に減衰する負の自己相関特性を有する系列は、現在考えられている2値系列の中で非同期 DS/CDMA 通信における平均信号対雑音比(Signal to Noise Ratio; SNR)の最大値を与える符号であり、そのような符号を生成するいくつかの写像も既に報告されている [2]-[8]. しかしながら、カオス符号は通常、その理論特性に近付けるために十分な精度の実数値演算により生成されることが多く、回路規模の点で従来のシフトレジスタ回路に比べて不利となってしまう. この点を克服するために、カオス写像を離散化して、これより生成される最大周期系列を応用する試みもなされている [9] [10].

また、線形/非線形フィードバックシフトレジスタ (Linear/Nonlinear Feedback Shift Register; LFSR/NFSR) がカオス写像として有名なベルヌイ写像の有限精度近似であることに基づくと、LFSR/NFSR に簡素な論理回路を付加することにより、負相関系列を生成できることが明らかにされている [11]-[13]. さらに、同理論を Gold 系列へ適用して負相関系列を生成し、これを非同期 DS/CDMA 通信に利用することで元の Gold 系列よりもビット誤り率 (BER) が低減されることも確認されている [14].

本研究では、負相関化するための論理回路を6種類利用することで、系列数を元の Gold 系列の6倍に増大させ、提案符号を用いた非同期 CDMA 通信のシミュレーションを行い、そのビット誤り率を評価する.

## 2 一次元カオス写像に基づいた負相関2値系列の生成と性能評価

### 2-1 一次元カオス写像と相関関数

あるクラスの非線形関数  $\tau(x)$  および一次元非線形差分方程式

$$x_{n+1} = \tau(x_n), \quad x_n \in [d, e], \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

を用いることにより、実数値のカオス系列  $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$  が生成可能である. ここで、 $x_n = \tau^n(x_0)$  と表す. このカオス実数値系列から2値関数  $\beta(x) \in \{0, 1\}$  によって得られるカオス2値系列  $\{\beta(\tau^n(x))\}_{n=0}^{\infty}$  の自己相関関数は、

$$C(\ell; \beta) = E[(2\beta(x) - 1)(2\beta(\tau^\ell(x)) - 1)] = \int_I (2\beta(x) - 1)(2\beta(\tau^\ell(x)) - 1) f^*(x) dx \quad (2)$$

で定義される. ここで、 $\ell$  は遅れ時間を表し、 $f^*(x)$  はカオス写像で決まる不変密度で実数値系列  $\{\tau^n(x)\}_{n=0}^{\infty}$  の確率密度関数である. また、 $2\beta(x) - 1$  は  $\{0, 1\} \rightarrow \{-1, 1\}$  の変換を表す.

### 2-2 ベルヌイ写像に基づいた負相関2値系列の生成

一次元非線形写像に基づいて、負の自己相関をもつカオス系列を生成する方法はいくつか知られているが [2]-[8], ここでは、区間  $I = [0, 1]$  で定義されるベルヌイ写像

$$\tau(x) = \begin{cases} 2x & (0 \leq x < \frac{1}{2}) \\ 2x-1 & (\frac{1}{2} \leq x \leq 1) \end{cases} \quad (3)$$

に基づいた手法を与える。ベルヌイ写像を用いる理由は、これがカオス写像として最もシンプルな写像の一つであり、また、後述するように Gold 系列に基づいた負相関系列設計の理論的根拠を与えるためである。なお、ベルヌイ写像の不変密度は  $f^*(x) = 1$  である。

次に、次式で定義される 6 つの 2 値関数を考える [15].

$$\begin{cases} B'_1(x) = \Theta_{\frac{1}{4}}(x) - \Theta_{\frac{5}{8}}(x) + \Theta_{\frac{3}{4}}(x) - \Theta_{\frac{7}{8}}(x) \\ B'_2(x) = \Theta_{\frac{1}{8}}(x) - \Theta_{\frac{1}{2}}(x) + \Theta_{\frac{3}{4}}(x) - \Theta_{\frac{7}{8}}(x) \\ B'_3(x) = \Theta_{\frac{1}{4}}(x) - \Theta_{\frac{5}{8}}(x) + \Theta_{\frac{7}{8}}(x) \\ B'_4(x) = \Theta_{\frac{1}{8}}(x) - \Theta_{\frac{3}{8}}(x) + \Theta_{\frac{3}{4}}(x) \\ B'_5(x) = \Theta_{\frac{1}{8}}(x) - \Theta_{\frac{1}{4}}(x) + \Theta_{\frac{3}{8}}(x) - \Theta_{\frac{3}{4}}(x) \\ B'_6(x) = \Theta_{\frac{1}{8}}(x) - \Theta_{\frac{1}{4}}(x) + \Theta_{\frac{1}{2}}(x) - \Theta_{\frac{7}{8}}(x) \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 $\Theta_t(x)$  は閾値関数で

$$\Theta_t(x) = \begin{cases} 0 & (x < t) \\ 1 & (x \geq t) \end{cases} \quad (5)$$

と定義される。また、 $\{0,1\}$ -系列を  $\{-1,1\}$ -系列に変換するために  $B_i(x) = 2B'_i(x) - 1$  ( $i = 1, 2, \dots, 6$ ) とする。これらの 2 値関数により生成されるカオス 2 値系列  $\{B_i(\tau^n(x))\}_{n=0}^{\infty}$  ( $i = 1, 2, \dots, 6$ ) の自己相関関数は、

$$C(\ell; B_i) = \begin{cases} 1 & (\ell = 0) \\ -\frac{1}{4} & (\ell = 1) \\ 0 & (\ell \geq 2) \end{cases} \quad (6)$$

となり、遅れ時間  $\ell = 1$  で負の自己相関値をもつ系列となる [15]。写像の一様性 ( $f^*(x) = 1$ ) から、平均値は  $E[B_i(x)] = 0$ 、すなわち -1 と 1 の出現頻度は同じである。

### 2-3 非同期 DS/CDMA における負相関カオス 2 値系列の性能評価

カオス系列を用いた非同期 DS/CDMA 通信において、他の 1 人のユーザからの平均干渉パラメータ  $\hat{r}$  は、式 (2) で定義された自己相関関数を用いて

$$\hat{r} = 2N^2 + 4 \sum_{\ell=1}^{N-1} (N-\ell)^2 C(\ell; \beta)^2 + 2 \sum_{\ell=1}^{N-1} (N-\ell)(N-\ell+1) C(\ell; \beta) C(\ell-1; \beta) \quad (7)$$

と表される [11]。さらに、正規化した干渉パラメータを

$$R = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\hat{r}}{2N^2} \quad (8)$$

と定義する。干渉パラメータ  $R$  が小さい程、ビット誤り率が小さくなり、スペクトル拡散符号としての性能が良いことを意味する。無相関系列すなわち  $C(\ell; \beta) = 0$  ( $\ell \geq 1$ ) の場合、 $R = 1$ 、従来の M 系列や Gold 系列はこれと同等の性能をもつ。

また、 $C(\ell; \beta) = (-2 + \sqrt{3})^\ell$  で与えられる指数関数的な自己相関特性をもつ負相関の場合、 $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$  となり、これが最小値 (最適値) として知られている [2] [3]。式 (6) の場合についても  $R$  を計算し、各系列の値を表 1 にまとめた。この表から分かるように、式 (6) の負相関系列は 1 よりも小さい値を取り、無相関系列よりも性能が優れている。また、最適値よりも大きいものの、その差は僅かであり、ほぼ同等の性能といえる。

表 1 各系列に対する正規化干渉パラメータ  $R$  の値

無相関	式(6)	最適値
1.000	$\frac{7}{8}(=0.875)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}(\approx 0.866)$

### 3 Gold 系列に基づいた負相関係列の設計と評価

#### 3-1 Gold 系列

まず、従来のスペクトル拡散符号として知られている Gold 系列について簡単に紹介する。Gold 系列は周期  $2^k - 1$  ( $k$  はシフトレジスタの段数) のプリファードペアと呼ばれる 2 つの M 系列を用いて生成される。すなわち、図 1 に示すように、プリファードペアの M 系列をそれぞれ生成する 2 つの  $k$  段 LFSR を用い、それらの出力 (M 系列) をビット毎に排他的論理和で合成する。このとき、片方の LFSR の初期状態 (全 0 を除く) を変えることにより、 $2^k - 1$  種類の系列を得ることができる。これに、元のプリファードペアの M 系列を加えると、 $2^k + 1$  個の系列の集合が得られ、これを Gold 系列のファミリーと呼ぶ。これにより、元の M 系列よりも多くの系列が生成され、CDMA システムにおいて  $2^k + 1$  人のユーザに拡散符号として割り当てることができる。

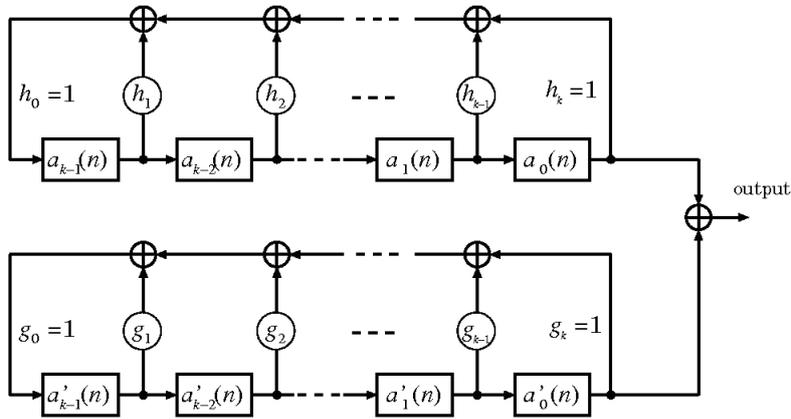


図 1 Gold 系列生成回路

Gold 系列の偶相互相関値はプリファードペアな M 系列と同じ 3 値のみをとり、その発生頻度もほぼ決まっている。また自己相関関数は M 系列と異なり、 $\ell = 0 \pmod N$  では相互相関と同じ 3 値をとる。

#### 3-2 Gold 系列に基づいた負相関係列の設計と評価

図 2 に示すように、2 つの  $k$  段 LFSR から生成される Gold 系列の 3 ビットずつを組合せ論理回路に通すことにより、新たな 2 値系列  $b_n$  を得る。ここで出力 2 値系列  $\{b_n^{(i)}\}$  は、

$$b_n^{(i)} = \begin{cases} 1 & c_0 c_1 c_2 \in B_i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

として得られる。ここで

$$\begin{cases} B_1 = \{010, 011, 100, 110\} \\ B_2 = \{001, 010, 011, 110\} \\ B_3 = \{010, 011, 100, 111\} \\ B_4 = \{001, 010, 110, 111\} \\ B_5 = \{001, 011, 100, 101\} \\ B_6 = \{001, 100, 101, 110\} \end{cases} \quad (10)$$

であり、これは、式(4)に対応する。この場合、1つのGold系列から6種類の2値系列を生成できるので、ファミリーサイズは6倍、すなわち  $(2^k + 1) \times 6$  個の系列が生成できる。

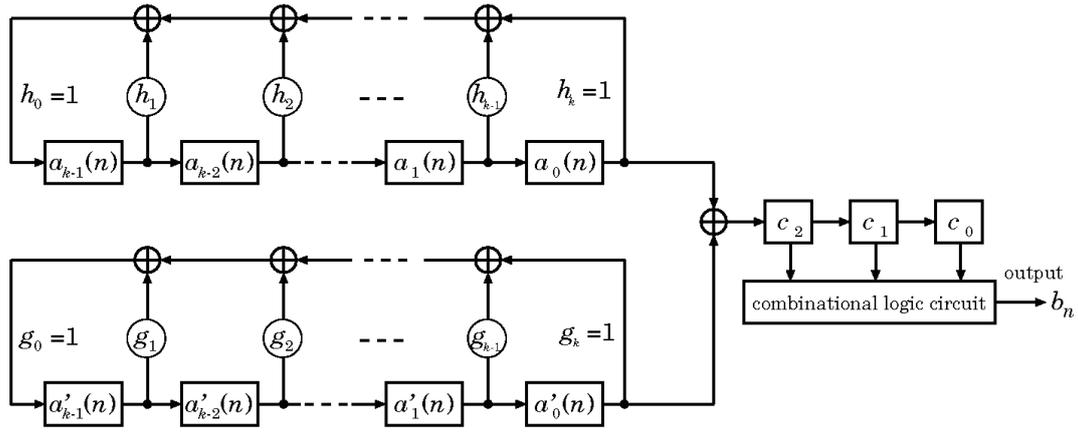


図2 Gold系列に基づいた負相関系列生成回路

次に、この提案手法の理論的根拠について述べる。まず、Gold系列  $\{g_n\}_{n=0}^{N-1}$  の連続する  $m$  ビットを観測し、

$$x_n = g_n \cdot 2^{m-1} + g_{n-1} \cdot 2^{m-2} + \dots + g_{n-m+1} \cdot 2^0 \quad (11)$$

によって10進数  $x_n$  を得る。  $(x_n, x_{n+1})$  をプロットするとGold系列の一次元写像（リターンマップ）を得ることができる。その例 ( $k=7, m=7$ ) を図3(a)に示す。また、図3(b)には、Gold系列の一周期中の各  $x_n$  の値の出現回数を示す。これらの図からわかるように、Gold系列の一次元写像は、M系列やde Bruijn系列のようにすべての点が一回ずつ出現するのではなく、いくつか重複する点が存在するが、リターンマップの概形は、概ねベルヌイ写像に類似していることがわかる。よって、提案系列（出力2値系列）  $\{2b_n^{(i)} - 1\}$  は、式(6)の負相関特性をもつカオス2値系列  $\{B_i(\tau^n(x))\}_{n=0}^{\infty}$  の有限精度による近似であり、式(6)に近い負の自己相関特性をもつと期待できる。

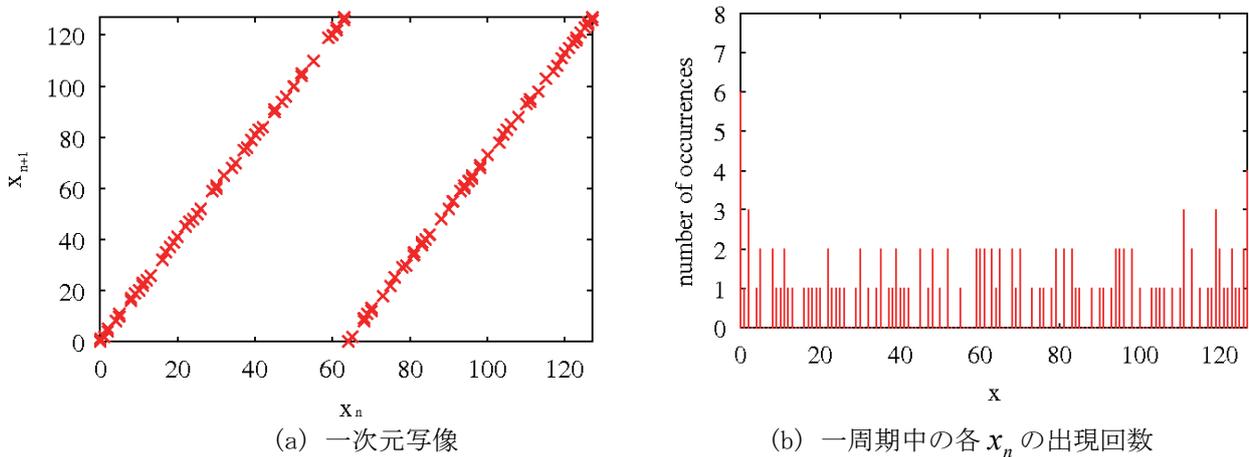


図3  $k=7, m=7$ におけるGold系列の特性

次に、図4(a)に  $k=7$  での提案系列とGold系列の平均自己相関特性を示す。ここで、元のGold系列と比較するために、ある一つのファミリーからランダムに129個の系列を選び平均を取った。すべての提案系列が遅れ時間1で-0.25の負の自己相関値をもつわけではないが、およそ-0.25を中心に分布しており、平均すると-0.25に近い値となる。またGold系列、提案系列ともに遅れ時間0,1以外では平均するとほぼ0になっていることがわかる。

一方、図 4(b)に  $k = 7$  での提案系列の相互相関特性を示す。ここでは、ランダムに選んだ 129 個の系列の全ての組合せで相互相関値を計算し、その分布を調べた。図からわかるように Gold 系列はその特性である 3 値のみの相互相関値をとっている。一方、提案系列についてはガウス分布に近い分布となっており、相互相関値の最大値は、Gold 系列よりも大きくなっているものの、その出現確率は非常に小さいことが確認できる。

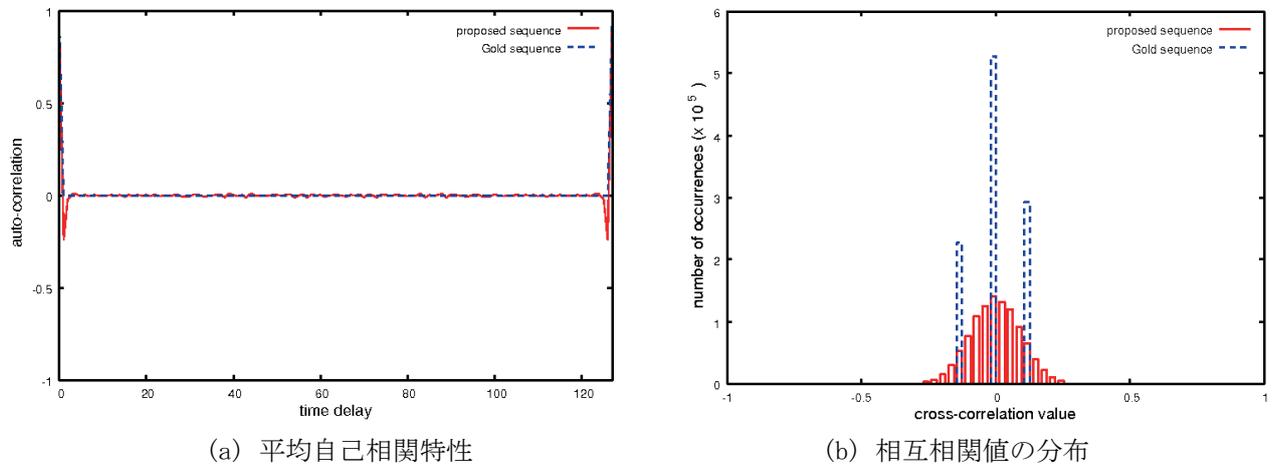


図 4 Gold 系列を基にした提案系列の自己/相互相関特性 ( $k = 7$ )

### 3 非同期 DS/CDMA シミュレーション

前節で設計した負相関系列を用いて、非同期 DS/CDMA シミュレーションを行なった。ここで、情報 1,000 ビットを送信することとし、これを、各ユーザの遅れ時間および拡散符号を変えて 1,000 回行ない、平均ビット誤り率を評価した。また、拡散符号長は  $N = 63$  および  $N = 127$  とし、符号の相互干渉によるビット誤り率のみを評価するために、通信路雑音は付加しないこととした。

図 5 に、提案系列および Gold 系列の BER 特性を示す。図中で、「proposed-1」と「proposed-2」は、提案系列において、系列の選び方を変えた 2 通りの場合である。また「proposed-0」は、文献[14]で与えたように、1つの 2 値関数で負相関系列を生成した場合（ファミリーサイズは元の Gold 系列と同じ）を示している。これらの図より、提案系列（proposed-1, 2）は、いずれも proposed-0 とほぼ同等の BER 特性を示しており、元の Gold 系列の BER よりも低い BER を達成していることが分かる。

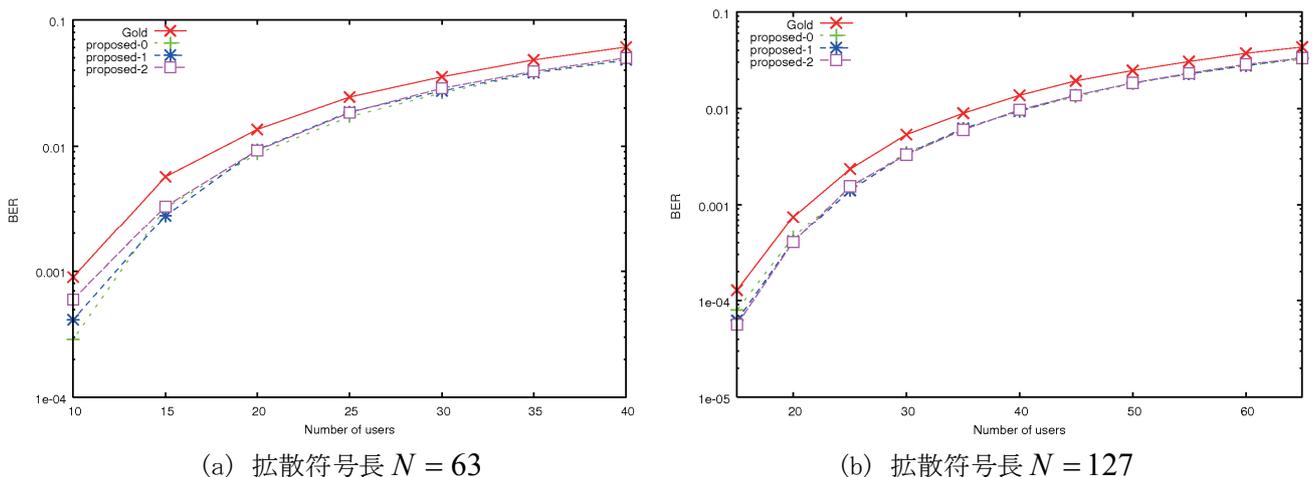


図 5 非同期 DS/CDMA 通信における提案系列の BER 特性

## 4 まとめ

本研究では、カオス理論と Gold 系列に基づいて負相関係列を設計し、これをスペクトル拡散符号として用いた非同期 DS/CDMA のビット誤り率特性を評価した。その結果、提案系列が、元の Gold 系列よりも低いビット誤り率特性を達成できることが示された。提案系列の生成器は、従来の LFSR に、簡素な組合せ論理回路を付加することで実現可能であり、Gold 系列生成器とほぼ同程度のハードウェアコストである。また、6 種類の組合せ論理回路を使うことにより、ファミリーサイズを 6 倍に増大させている。したがって、提案系列は、非同期 DS/CDMA 通信用のスペクトル拡散符号として、非常に有用である。

### 【参考文献】

- [1] D. V. Sarwate and M. B. Pursley, "Crosscorrelation Properties of Pseudorandom and Related Sequences," Proc. IEEE, vol.68, no.3, pp.593-619, 1980.
- [2] R. Rovatti and G. Mazzini, "Interference in DS-CDMA Systems with Exponentially Vanishing Autocorrelations: Chaos-Based Spreading Is Optimal," Electronics Letters, Vol.34, No.20, pp.1911-1913, 1998.
- [3] G. Mazzini, R. Rovatti, G. Setti, "Interference Minimization by Auto-correlation Shaping in Asynchronous DS-CDMA Systems: Chaos-based Spreading is Nearly Optimal," Electronics Letters, Vol.35, No.13, pp.1054-1055, 1999.
- [4] R. Rovatti, G. Setti and G. Mazzini, "Chaos-based generation of optimal DS-CDMA sequences," Proc. of 1999 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications, Vol.1, pp.231-234, 1999.
- [5] T. Kohda and H. Fujisaki, "Kalman's Recognition of Chaotic Dynamics in Designing Markov Information Sources," IEICE Trans. Fundamentals, Vol.E82-A, No.9, pp.1747-1753, 1999.
- [6] A. Tsuneda, "Design of Chaotic Binary Sequences with Prescribed Auto-Correlation Properties Based on Piecewise Monotonic Onto Maps," Proc. of 1999 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications, Vol.2, pp.605-608, 1999.
- [7] L. Cong and L. Shaoqian, "Chaotic Spreading Sequences with Multiple Access Performance Better than Random Sequences," IEEE Trans. Circuits and Systems-I, Vol.47, No.3, pp.394-397, 2000.
- [8] A. Tsuneda, "Design of Binary Sequences with Tunable Exponential Autocorrelations and Run Statistics Based on One-Dimensional Chaotic Maps," IEEE Trans. Circuits and Systems-I, vol.52, no.2, pp.454-462, 2005.
- [9] D. Yoshioka, A. Tsuneda, and T. Inoue, "Maximal-Period Sequences with Negative Auto-Correlations and Their Application to Asynchronous DS-CDMA Systems," IEICE Trans. Fundamentals, Vol.E86-A, No.6, pp.1405-1413, 2003.
- [10] D. Yoshioka, A. Tsuneda and T. Inoue, "An Algorithm for the Generation of Maximal-Period Sequences Based on One-Dimensional Chaos Maps with Finite Bits," IEICE Trans. Fundamentals., Vol.E87-A, No.6, pp.1371-1376, 2004.
- [11] A. Tsuneda, D. Yoshioka, and T. Hadate, "Design of Spreading Sequences with Negative Auto-Correlations Realizable by Nonlinear Feedback Shift Registers," Proc. of IEEE ISSSTA 2004, pp.330-334, 2004.
- [12] Y. Miyazaki, A. Tsuneda, Y. Higa, and T. Inoue, "Design of Spreading Sequences with Negative Auto-Correlations Based on LFSR Sequences," Proc. of ITC-CSCC 2007, Vol.3, pp.1043-1044, 2007.
- [13] A. Tsuneda and Y. Miyazaki, "Design and Evaluation of Spreading Sequences with Negative Auto-correlations Based on Chaos Theory and LFSR Sequences," Proc. of IEEE ISSSTA 2008, CD-ROM, 2008.
- [14] A. Tsuneda and Y. Miyazaki, "Performance Evaluation of Spreading Sequences with Negative Auto-correlation Based on Chaos Theory and Gold Sequences," Proc. The Fourth International

Workshop on Signal Design and Its Applications in Communications, CD-ROM, pp.169-172, 2009.

- [15] A. Tsuneda, K. Kubo, and Y. Miyazaki, "Design and Evaluation of Spreading Sequences with Negative Auto-correlation Based on Chaos Theory and M-Sequences," Proc. ITC-CSCC 2009, CD-ROM, pp.1040-1043, 2009.

〈発表資料〉

題名	掲載誌・学会名等	発表年月
Spreading Sequences with Negative Auto-correlation Based on Chaos Theory and Gold Sequences - Increase of Family Sizes and Performance Evaluation -	Proc. of 2010 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications	2010年9月
Gold 系列に基づいた負相関スペクトル拡散符号～3つの直交関数を利用した場合～	第18回電子情報通信学会九州支部学生会講演会講演論文集	2010年9月
ユニポーラ符号を用いた非同期 DS/CDMA システムの一検討	第18回電子情報通信学会九州支部学生会講演会講演論文集	2010年9月
M系列に基づいた負相関特性をもつ擬似直交系列の設計と評価	第18回電子情報通信学会九州支部学生会講演会講演論文集	2010年9月
ベルヌイ写像と Walsh 関数に基づいた直交カオス2値系列の理論的考察	平成22年度電気関係学会九州支部連合大会講演論文集	2010年9月
NFSR 直交系列のユニポーラ符号としての非周期相関特性	平成22年度電気関係学会九州支部連合大会講演論文集	2010年9月
フィードバック接続制限型 NFSR に基づいた de Bruijn 系列生成回路の設計と評価	平成22年度電気関係学会九州支部連合大会講演論文集	2010年9月
フィードバック接続制限型 NFSR に基づいた負相関系列生成回路の設計と CDMA 通信への応用	電子情報通信学会技術研究報告	2011年1月
2値擬似乱数系列のユニポーラ符号としての非周期相関特性～NFSR直交系列とGold系列の比較～	電子情報通信学会技術研究報告	2011年1月