

通信遅延が伴うネットワークのダイナミクス

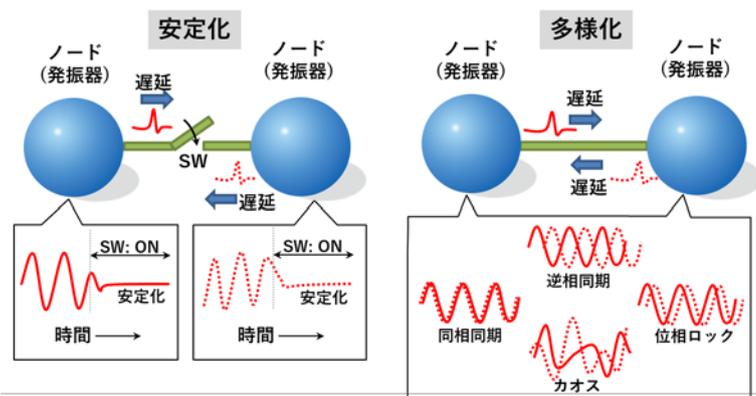
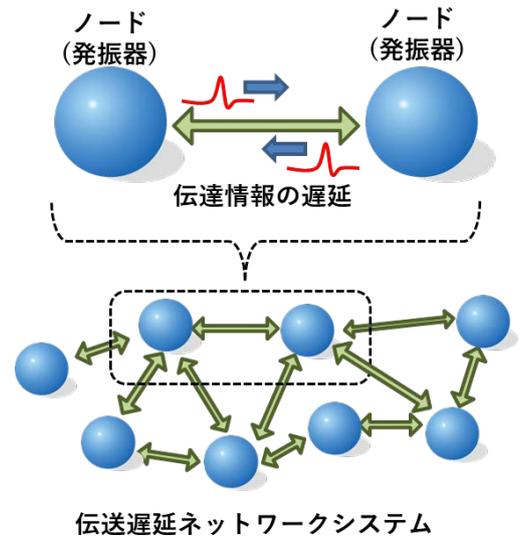
代表研究者	小西啓治	大阪府立大学	工学研究科	教授
共同研究者	原尚之	大阪府立大学	工学研究科	准教授
共同研究者	岩本哲	大阪府立大学	工学研究科	博士前期課程

1 はじめに

我々の生活に欠かせないインフラを支える通信/交通/物流/エネルギーのネットワークには、多数のノードが存在し、ノード間に情報/人/物/エネルギーが流れている。この流れによって、ネットワークにはダイナミカルな挙動が生じる。一方、これらの流れの速度は有限であるため、これらが目的地に到着するまでに、ある程度の伝送遅延が生じる。したがって、これらの挙動の本質を理解するには、ノード間の「伝送遅延」を陽に扱う必要がある。工学分野では、この遅延がネットワークシステム全体の性能を劣化させるだけでなく、安定性にも悪影響を与えると認識されている。さらに、この遅延により、ネットワークシステムの解析・理解は格段に難しくなる。そのため、一般的には、この伝送遅延をできるだけ短くする技術の研究・開発が進められている。しかし、それにも限界があり、遅延は絶対に避けられないものであることは、容易に想像できる。それならば、この遅延を無視するのではなく、必然的に存在するものとして扱うべきであろう。具体的には、ノード間の遅延が、ネットワークダイナミクスに与える影響を、基礎的な視点で探求し、その基本原理を明確にしなければならない。ただし、より本質的な原理を浮き彫りにするには、制御対象を特定のシステムに特化せず、シンプルで抽象化したノードから成るネットワークシステムを扱う必要がある。

複雑系科学分野では、上記の基本原則を明確にする基盤的な研究が行われており、遅延はネットワークシステムに様々な影響を与えることが報告されている。この影響を大雑把に分類すると、遅延はダイナミクスを不安定化・多様化させるだけでなく、安定化に有用であることもわかってきている [1]。しかし、同分野では、これらの影響を積極的に工学システムへ活用することが、それほど精力的には検討されてこなかった。ただし、安定化については、ネットワークシステムに生じた不要な振動・発振を除去するために有効活用できることが認識されている。

遅延がネットワークシステムを安定化する現象は、「振動停止現象」として複雑系科学分野を中心に広く知られている [2]。この現象を工学システムである「熱音響システム」や「直流給電システム」の安定化に活用できることも示唆されている。また、単なる遅延だけでなく、「時間変動する遅延」「非対称な遅延」「複数の異なる遅延」などが存在するネットワークシステムにも振動停止現象は生じることが報告されている。しかし、これら一連の研究は、トポロジ(結合構造)が固定されたネットワークシステムを扱っており、トポロジが時間とともに変化するネットワークシステムは殆ど検討されてこなかった。そこで、本報告では、トポロジが時間的に「ゆっくり」と切り替わるネットワークシステムに着目し、遅延が持つ「多様化」とトポロ



ジのこの切り替えが、安定化(振動・発振の抑制)の誘発に有効であることを示す。各ノードには抽象化された発振器を置き、ネットワークはリング型のトポロジに制限して検討する。

2 結合発振器

2-1 発振器と結合信号

各ノードに設置する発振器としては、ホップ分岐の標準形である Stuart-Landau 発振器

$$\frac{dZ_j(t)}{dt} = \{\mu + i\omega - |Z_j(t)|^2\} Z_j(t) + U_j(t) + r_j(t)$$

を利用する。この $Z_j(t) \in \mathbb{C}$ は時刻 $t \geq 0$ における j 番目の発振器の状態(複素数)を意味する。 $\mu \in \mathbb{R}$ は発振器に生じるリミットサイクルの振幅の大きさを、 $\omega \in \mathbb{R}$ はその周期に関連するパラメータである。 $U_j(t) \in \mathbb{C}$ は、他の発振器からの結合信号である。この発振器が単体の場合、すなわち、 $U_j(t) \equiv 0$ の場合、この発振器には不安定平衡点 $Z_j^* = 0$ と、振幅 $\sqrt{\mu - k}$ の安定なリミットサイクルが存在する。一様乱数 $\text{Re}[r_j(t)], \text{Im}[r_j(t)] \in [-0.01, 0.01]$ は外部ノイズとして印加されている。ここで結合信号を

$$U_j(t) = \frac{k}{2} \sum_{l=1}^N \varepsilon_{jl}(t) \{Z_l(t - \tau) - Z_j(t)\}$$

とおく。 $k > 0$ は発振器間の結合の強弱を示すパラメータ、 $\tau \geq 0$ は他の発振器からの情報が到着するまでに必要な時間、すなわち遅延時間である。 $N > 1$ は発振器の総数、 $\varepsilon_{jl}(t) = \{\mathbf{E}(t)\}_{jl}$ はネットワークのトポロジを表している。 j 番目の発振器と l 番目の発振器が結合している場合、 $\varepsilon_{jl}(t) = 1$ とし、そうでない場合、 $\varepsilon_{jl}(t) = 0$ となる。 $\mathbf{E}(t)$ は隣接行列と呼ばれ、本報告では、時間とともに変化する。

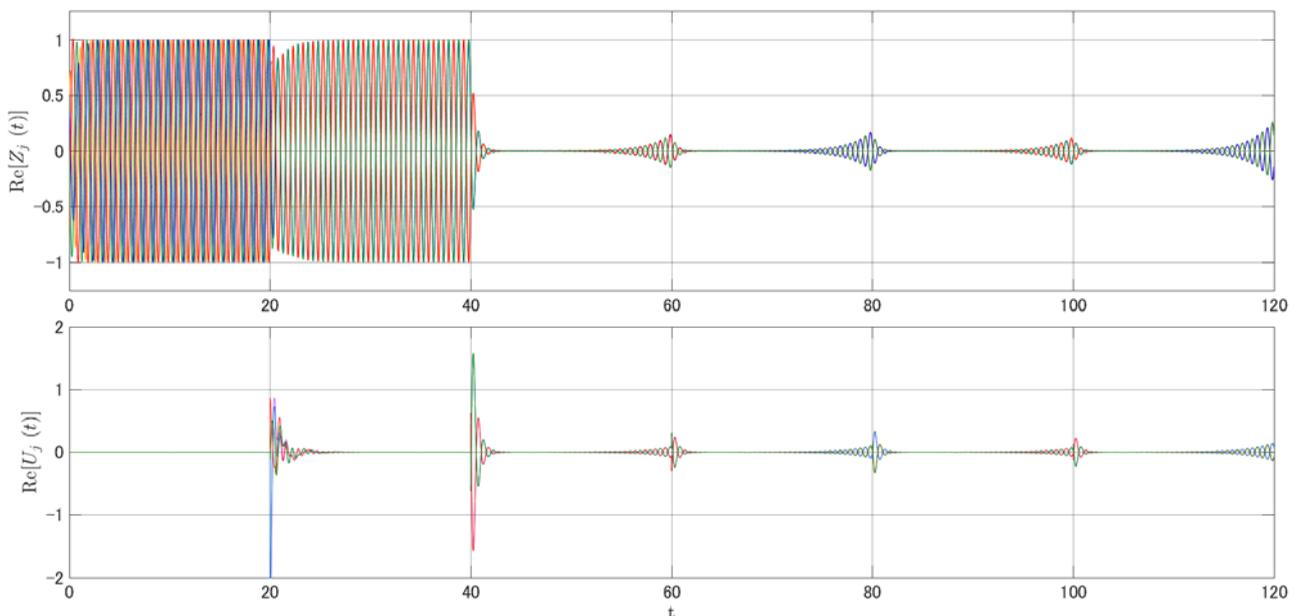


図 1

2-2 数値例 (発振器数 4 個) [3,4,5]

ここでは、発振器数を 4 個に限定し、上記の結合発振器の振舞を数値シミュレーションで観察する。各発振器のパラメータを $(\mu, \omega) = (1.0, 2\pi)$ に固定し、隣接行列 $\mathbf{E}(t) \in \{\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2\}$ を

$$\mathbf{E}_1 := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_2 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

の2種類のトポロジに周期 $\Delta t = 20$ で交互に切り替えたものと設定する. 結合信号に含まれる結合強度と遅延時間を $(k, \tau) = (3.0, 0.5)$ に設定した. 図1は各発振器の実部 $\text{Re}[Z_j(t)]$ と結合信号の実部 $\text{Re}[U_j(t)]$ の時間的な変化を示したものである. 時刻 $t = 20$ までは結合しておらず ($U_j = 0$), 各発振器は独立して振動している. 時刻 $t = 20$ にトポロジ \mathbf{E}_1 で結合させる. トポロジ \mathbf{E}_1 では, 結合されている各発振器に逆相同期が生じている. 安定した逆相同期では, 結合信号はゼロに収束している. ちなみに, この逆相同期は, 結合に遅延がない ($\tau = 0$) と, 発生する可能性は無く, 同相同期のみ発生する可能性がある. これは遅延を持つ「多様化」に由来する. さらに, $t = 40$ でトポロジを \mathbf{E}_1 から \mathbf{E}_2 へ切り替えると, 全ての発振器が平衡点 $Z_j^* = 0$ へ収束する. それに伴い, 結合信号もゼロへ収束する. しかし, その後, ある程度時間が経過すると, 全ての発振器が平衡点 $Z_j^* = 0$ 近傍で振動を開始している. これは, 不安定な平衡点に収束した発振器が, 外部ノイズによって平衡点から離れていくことに相当している. 振幅を増大させつつ振動する発振器にも, 先ほどと同じような逆相同期が生じている. この振幅の増大に伴い, 結合信号の振幅も増大していく. その後, この逆相同期の発振器は, 時刻 $t = 60$ でトポロジが \mathbf{E}_2 から \mathbf{E}_1 へ切り替わると, これも先ほどと同じような仕組みで平衡点に収束していく. これらの結果は, 次のような事象

(トポロジ切替) \Rightarrow (平衡点に収束) \Rightarrow (逆相同期で振動を増大) \Rightarrow (トポロジ切替) $\Rightarrow \dots$

を繰り返し, 全発振器の振幅は大きくなりえずに, 平衡点近傍で留まる. すなわち, この留まり続ける現象は, 結合の遅延とトポロジの切り替えによって生じた「発振器の振動抑制」と言える.

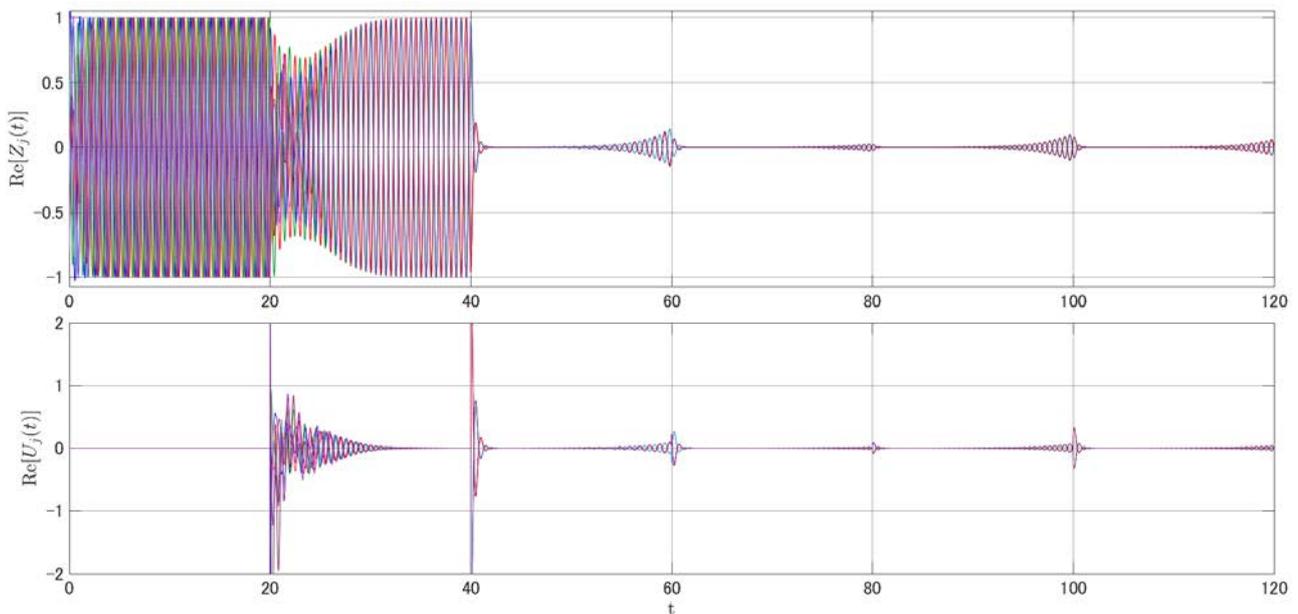


図 2

2-3 数値例 (発振器数 8 個) [6]

発振器数を 8 個に増やし、前節と同じ発振器パラメータと切り替え周期に設定して、発振器の振舞を数値シミュレーションで調べた。ただし、結合パラメータを $(k, \tau) = (4.0, 0.5)$ とした。トポロジ $\mathbf{E}(t)$ には、リング型と等価な複数個のトポロジをランダムに選び、それらへ切り替えた。各発振器の実部 $\text{Re}[Z_j(t)]$ と結合信号の実部 $\text{Re}[U_j(t)]$ の時間的な変化を図 2 に示す。時刻 $t = 20$ までは結合しておらず ($U_j = 0$)、各発振器は独立して振動している。時刻 $t = 20$ において、発振器をあるトポロジで結合させると、各発振器に逆相同期が生じている。それに伴い、結合信号はゼロに収束している。 $t = 40$ において、トポロジを別のものへと切り替える。すると、全ての発振器が平衡点 $Z_j^* = 0$ へ収束する。また、結合信号は、切り替え直後は大きな振幅となるが、その後、ゼロへと一気に収束する。その後、全ての発振器は平衡点 $Z_j^* = 0$ 近傍において逆相同期で振動を開始するが、時刻 $t = 60$ でトポロジが再び別のものへと切り替わると、平衡点に収束していく。結合信号も発振器と同様の挙動を示す。これらの結果は、発振器数が 4 個の場合と同じと言える。このことから、この振動抑制現象は、発振器数が 4 個に限らず、それ以上の場合でも発生することがわかった。また、切り替えるトポロジも、 \mathbf{E}_1 と \mathbf{E}_2 だけでなく、さまざまなバリエーションが存在することも示唆されている。しかしながら、以下のような疑問が残る。

(Q 1) この現象は実システムにおいても生じるほどロバストなものであるのか？

(Q 2) この現象は、上記で示した Hopf 分岐標準形のように理想的な発振器にのみ発生するのか？

上記のような疑問に答えるべく、次章では、カオス現象を容易に発生させる代表的な発振器である「ダブルスクロール回路」を製作し、回路実験において振動抑制現象の観察を試みる。

3 回路実験

3-1 ダブルスクロール回路とその結合方法

ダブルスクロール回路の電圧・電流を支配する回路方程式は

$$C_2 \frac{dv_2^{(j)}(t)}{dt} = \frac{1}{R_d} \{v_1^{(j)}(t) - v_2^{(j)}(t)\} + i_L^{(j)} + i_u^{(j)}$$

$$C_1 \frac{dv_1^{(j)}(t)}{dt} = \frac{1}{R_d} \{v_2^{(j)}(t) - v_1^{(j)}(t)\} - h(v_1^{(j)}(t))$$

$$L \frac{di_L^{(j)}(t)}{dt} = -v_2^{(j)}(t)$$

で記述される [7]。この回路は、1 個の抵抗 R_d 、2 個のキャパシタ C_1 と C_2 、1 個のインダクタ L 、1 個の非線形抵抗 h から構成されている。 $v_1^{(j)}$ [V] はキャパシタ C_1 [F] の電圧、 $v_2^{(j)}$ [V] はキャパシタ C_2 [F] の電圧である。 $i_L^{(j)}$ [A] はインダクタ L [H] を流れる電流である。非線形抵抗を流れる電流は

$$h(v) := m_0 v + \frac{1}{2} (m_1 - m_0) \{ |v + B_p| - |v - B_p| \}$$

となる。この非線形抵抗は区分線形の特性を有しており、各線形区間では理論的な解析が可能である。したがって、このダブルスクロール回路は、厳密な解析が容易なカオス発振回路として重宝されている。さらに、回路実装も簡単であり、カオス現象を安価かつ容易に観測できる実システムとしてもよく知られている。この非線形抵抗は、6 個の抵抗と 2 個のオペアンプで構成されており、これらの抵抗値とオペアンプの特性によって、パラメータ m_0, m_1, B_p は決定される。本報告では、回路パラメータを

$$R_d = 1800 \text{ } [\Omega], m_0 = -0.409 \times 10^{-3}, m_1 = -0.758 \times 10^{-3}$$

$$C_1 = 0.1 \times 10^{-6} \text{ } [\text{F}], C_2 = 1.0 \times 10^{-6} \text{ } [\text{F}], L = 180 \times 10^{-3} \text{ } [\text{H}], B_p = 1.17 \text{ } [\text{V}],$$

に固定する．結合信号に相当する結合電流 $i_u^{(j)}(t)$ がゼロであれば，回路は独立に振舞い，各回路でダブルスクロールアトラクタと呼ばれるカオス現象が生じる．各回路には，3個の不安定な平衡点

$$[v_1 \ v_2 \ i_L]^T = [0 \ 0 \ 0]^T, [\pm 2.79 \ 0 \ \mp 2.79]^T$$

が内在する．原点における平衡点以外の2個の平衡点の周りを軌道が周回し，ダブルスクロールアトラクタが形成される．なお，この回路の基本周期はおおよそ 3.03 [msec] である．

本報告では，上記の回路を4個作成し，2-2節で説明したような2種類のトポロジ E_1 ， E_2 へ交互に切り替える．結合回路全体は，4個のダブルスクロール回路，遅延ユニット，トポロジ切り替えユニット，結合抵抗ユニットから構成される．まず，遅延ユニットについて説明する．電圧 $v_2^{(j)}(t)$ が，PIC マイコン (PIC18F2550) の内蔵 AD コンバータを介して，サンプリング周期 25 [msec] で取得される．その電圧値は，PIC マイコンのメモリに時間 T [sec] だけ保存され，その後，R-2R ラダー回路で実装した 8-bit DA コンバータを通して，PIC マイコンから他の発振器に印可される．次に，トポロジ切り替えユニットについて説明する．このユニットは，アナログスイッチ (ADG452) から構成されており，このスイッチの ON/OFF が外部の別のマイコン (Arduino Leonardo) によって制御されている．このスイッチの ON/OFF によって，ネットワークのトポロジが切り替わる．ここで，スイッチの切り替えの時間間隔は， $\Delta t = 75$ [msec] としており，回路の基本周期 3.03 [msec] よりも十分に長い．結合抵抗ユニットでは，結合強度に対応する結合抵抗 $R_k \in [180, 1800]$ で構成されている．この抵抗値を変化して結合強度を調整する．上記で説明した各ユニットが正常に動作すると，結合電流

$$i_u^{(j)}(t) = \frac{R_d}{R_k} \sum_{l=1}^N \varepsilon_{jl} \{v_2^{(l)}(t-T) - v_2^{(j)}(t)\}$$

が実現できる．ここで， $T > 0$ [sec] は遅延時間であり， $v_2^{(l)}(t-T)$ は l 番目の回路における時間 T [sec] だけ過去の電圧である．この電圧は遅延ユニットの出力である． $R_d/R_k > 0$ は結合強度に相当し，結合抵抗ユニットで実現される． $\varepsilon_{jl} \in \{0, 1\}$ は，ネットワークのトポロジを決定するものであり，トポロジ切り替えユニットで制御される．

3-2 回路実験 [4,5]

本節では，前節で説明したダブルスクロール回路と各ユニットを接続し，回路の挙動を観測した．図3は全回路の電圧 $v_2^{(l)}(t)$ [V] の時間変化を示している．同図の上段では，時刻 $t = 0.0$ [sec] から時刻 $t = 1.5$ [sec] までの長時間にわたる電圧の挙動を示している．時刻 $t = 0.50$ [sec] までは結合しておらず ($i_u^{(j)}(t) = 0$)，各発振器は独立して振動している．時刻 $t = 0.50$ [sec] にトポロジ E_1 で結合させる．トポロジ E_1 では，結合されている各発振器に逆相同期が生じる．さらに，時刻 $t = 0.65$ [sec] でトポロジを E_1 から E_2 へ切り替えると，全ての発振器が平衡点へ収束する．図3の下段は，上段の拡大図であり，時刻 $t = 0.60$ [sec] から時刻 $t = 0.70$ [sec] まで電圧の挙動を示している．この図から，時刻 $t = 0.65$ [sec] までは，振幅にはバラツキがあるものの，位相は逆相で同期していることがわかる．時刻 $t = 0.65$ [sec] での切り替えで，全発振器の振幅は一気に小さくなったがゼロにはならず，ゼロ付近で逆相を保ちながら振動が持続されている．よく見ると，この振動の振幅は，徐々にではあるが，増大している．図3の上段を見ると，この増大は顕著に表れている．その後，この逆相同期した発振器は，時刻 $t = 0.70$ [sec] でトポロジが E_2 から E_1 へ切り替わると，これも先ほどと同じような仕組みで平衡点に収束していく．ただし，若干の振動は維持されている．この後も，同じ様相で発振器の振幅は，平衡点の近傍に維持されており，切り替えを繰返すことで，振幅は大きくならない．

この実験結果から，2-3節で示した疑問，(Q1) この現象はロバストか？ (Q2) 理想的な発振器にのみ発生するのか？ に対し，それらの答えとして

(A1) パラメータ誤差やノイズが存在する状況の回路実験でも容易に観測されるほどロバストである．

(A2) カオス発振器のように，理想的なリミットサイクルを持つ発振器でなくても，発生する．

が挙げられる．したがって，この現象は，逆相同期が発生するような発振器群であれば，実システムでも容易に発生させることができる可能性があり，一般性も有していると考えられる．

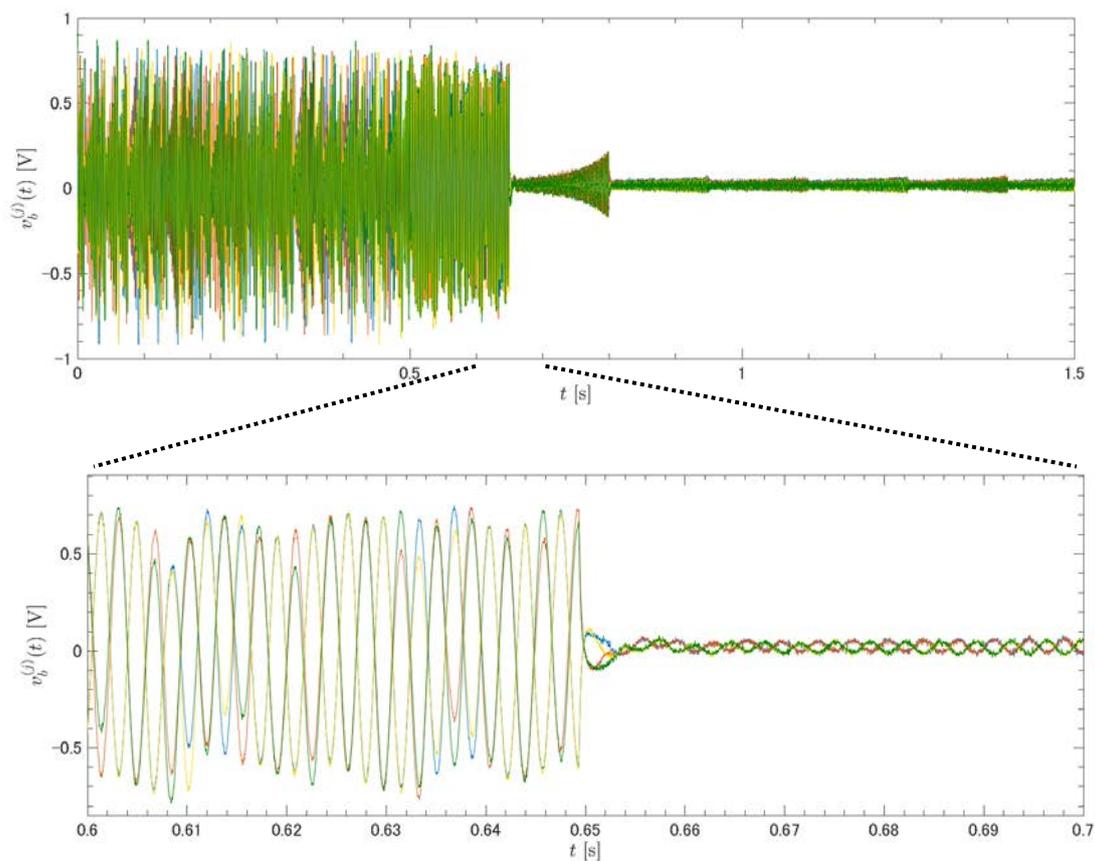


図 3

4 まとめ

本報告では、ネットワーク内のノード間に流れる情報やモノの移動速度が有限である「通信遅延が伴うネットワーク」のダイナミクスに着目した。この遅延が持つ「多様化」と、ネットワークトポロジのゆっくりとした切り替えが、各ノードの状態の安定化(振動・発振の抑制)に有効であることを示した。ただし、各ノードには、抽象化された Hopf 分岐標準形として知られている Stuart-Landau 発振器を置き、さらに、ネットワークはリング型のトポロジに制限した。その結果、以下のようなことが明らかになった。

- (a) この安定化の本質は、「トポロジ切替」「平衡点に収束」「逆相同期で振動を増大」「トポロジ切替」の繰り返しにより、全ての発振器が平衡点近傍に滞留したものである。
- (b) この現象は、発振器数が 4 個に限らず、それ以上の場合でも発生し、また、切り替えるトポロジにもさまざまなバリエーションが存在することがわかった。
- (c) パラメータ誤差や様々なノイズが存在する状況の回路実験でも容易に観測されるほどロバストであることが実機実験で確認された。
- (d) カオス発振器のように、理想的なリミットサイクルを持つ発振器でなくても発生することが、実機実験を通じて明らかになった。

上記のような結果を踏まえ、今後の課題としては、結果(b)におけるバリエーションの一般化を目指したい。発表文[6]では、この一般化に関する考察を行っているが、完成には至っていない。また、この一般化の理論構築が完成すれば、この理論をより大多数の回路で構成されたネットワークによる実機検証を実施したい。

【参考文献】

- [1] V. Flunkert, I. Fischer and E. Scholl: Dynamics, control and information in delay-coupled systems: an overview, *Phil. Trans. R. Soc. A*, vol. 371, 20120465 (2013).
- [2] 小西, 杉谷: 遅延フィードバック・遅延結合による非線形システムの安定化, *計測と制御*, vol. 55, No. 4, pp. 326-334 (2016).
- [3] 岩本哲, 正村慎之介, 杉谷栄規, 小西啓治, 原尚之: ネットワークトポロジの低速な切り替えによる遅延結合発振器群の振動抑制, *電子情報通信学会 総合大会 NS-1-4* (2018).
- [4] 岩本哲, 正村慎之介, 杉谷栄規, 小西啓治, 原尚之: 低速で切り替わるトポロジを持つ遅延結合発振器群における振動抑制実験, *システム制御情報学会研究発表講演会 347-4* (2018).
- [5] T. Iwamoto, Y. Sugitani, S. Masamura, K. Konishi, and N. Hara: Suppression of oscillation in delay-coupled oscillator networks with slow switching topology, *Proc. of International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications*, pp. 487-490 (2018).
- [6] 岩本, 杉谷, 小西, 原: トポロジの低速な切り替えによるリング型遅延結合発振器ネットワークの振動抑制, *電子情報通信学会 非線形問題研究会 信学技報 NLP2018-87* (2018).
- [7] T. Matsumoto and L.O. Chua and M. Komuro: The double scroll, *IEEE Trans. Circuits and Sys.*, vol. 32, pp. 797-818 (1985).

〈発表資料〉

題 名	掲載誌・学会名等	発表年月
Suppression of oscillation in delay-coupled oscillator networks with slow switching topology	International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications	2018年9月
トポロジの低速な切り替えによるリング型遅延結合発振器ネットワークの振動抑制	電子情報通信学会 非線形問題研究会	2018年10月