

深層学習を用いた超高精度な行列因子分解

代表研究者 小 蔵 正 輝 大阪大学 大学院情報科学研究科 准教授
共同研究者 小 林 泰 介 奈良先端科学技術大学院大学 先端科学技術研究科 助教

1 研究開始当初の目的

行列因子分解は大規模データから頻出パターンを抽出するために広く活用されている。しかし現在主流の分解法は交互最適化を用いるため、分解精度の悪い因子が得られてしまう場合がある。この問題を解決するために本研究調査では、分解対象の行列を教師信号の生成器とみなした深層学習により、高精度な分解因子を獲得できるようにする。データ解析における全般的な精度向上を通じて情報通信分野に広く寄与する。

2 行列因子分解

本研究の申請時点の計画では、2020年4月開催の国際会議 International Conference on Learning Representations に参加して、学界における行列因子分解の研究トレンドを確認の予定であった。しかしながら新型コロナウイルス流行初期の混乱が一因となり研究予算を使用可能になったのが想定以上に遅れてしまったため、当該学会への参加は見送った。幸いなことに会議における論文は広く公開されたため、その情報を用いて研究トレンドの確認を行った。具体的には、matrix, NMF, factorization 等の単語を検索語として予稿集の検索を行った。この検索により得られた論文は

- Muhan Zhang and Yixin Chen, Inductive Matrix Completion Based on Graph Neural Networks のみであった。この検索結果は最近の研究において行列因子分解の重要性は必ずしも大きくないことを示唆した。この傾向は、2020年度に発表された国際会議論文やプレプリントにおいても同様であった。

このような申請時からの変化はあったものの、まずは当初申請の計画通りに研究を進めることとして、深層学習による因子分解の確立を目指した。ここで因子分解とは、図1のように与えられた行列Aを行列WとHの積により近似することを指す。分解結果の解釈性のためには行列Wの列数（すなわち行列Hの行数）を小さくしておくことが重要である。この近似技術は、今世紀初頭からパターン抽出に広く用いられている。行列表現されたデータを行列の積に分解することで頻出パターンが見出される。さらに因子行列のゼロ要素を多くとる（スパース化）ことでコンパクトかつ本質的に重要なパターンの抽出が可能となる。応用例は文書解析・ウェブデータ解析・音響信号解析・購買マーケティングなど幅広い。

パターン抽出の精度は因子分解の精度に依存する。しかし因子分解は非線形が強く、NP 困難な問題である。この困難を回避するために現在用いられている手法は Lee ら (Nature, 1999) による因子行列の交互最適化である。この手法は実装が容易であり計算が速い。しかし分解の大域的な最適性は保証されず、また因子行列が少数であることを暗黙の前提としているため、因子行列の数が大きくなるにつれて分解精度は定性的に劣化してしまう。これらの課題に対して本研究調査では、分解対象の行列を用いた擬似的教師信号の大量生成という新しいアプローチをとった。具体的には図2のような学習系を用いた。ランダムかつ大量に入

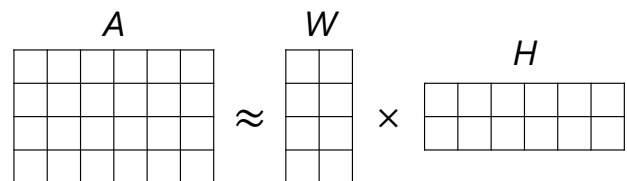


図1. 行列の因子分解

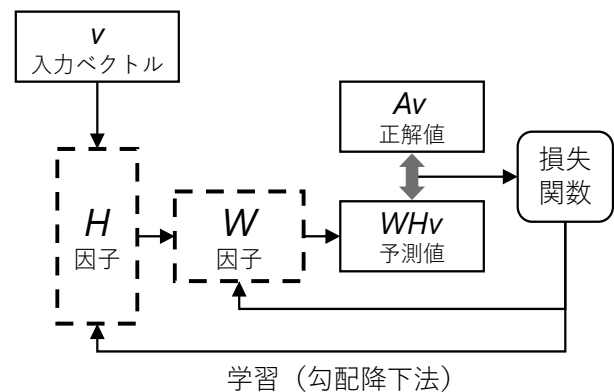


図2. 深層学習系の概略

力ベクトル v を生成し、「予測値」 Wv が「正解値」 A_v に近づくよう学習を行うこととした。因子行列の更新には標準的な誤差逆伝播法を用いることとした。

アルゴリズムのプロトタイプは6月頃に完成したが、その本格的な稼働には研究費にて購入の新型ワークステーションが納品される7月中旬を待つ必要があった。納品された新型ワークステーションにより提案する深層学習系が期待通りに動作していることを確認することができた。また、敵対的学習の技法を追加的に用いるとさらに精度良い分解が可能となることを見出した。しかしながら、冒頭で触れた申請時の想定と研究トレンドの違いに鑑み、一般的な行列因子分解に注力する当初の方針を変更し、実用可能性の高いクラスの行列の因子分解を推し進めることとした。モデルベース制御系設計において現れる因子の構造や性質に制約が存在する場合の因子分解を行うことにした。

3 制御系設計への応用

制御工学の概要と当該分野における学術的な課題を述べる。制御工学は制御対象の動作を操るための学問であり、適用対象は産業機械、自動車、航空機、化学プラントなど数多い。近年は生体システム、社会システム、通信システムなどへも制御工学の活用が広がりつつある。

制御対象に付加される制御機構である「制御器」の設計においてはモデルベース開発 (Model-Based Design: MBD) が代表的な方法論である。MBDにおいて制御器は制御対象の数理モデルに基づき設計される。MBDは数理モデリング技術の絶え間ない向上により重要性が高まる一方である。経済産業省では「自動車産業におけるモデル利用のあり方に関する研究会」が設置され、MBDが重点施策として推進されている。自動車産業に限らない幅広い産業へのMBDの拡大が中長期的に期待されている [山本ら 2018 コロナ社]。

制御現場におけるMBDの拡大に対して制御理論研究は立ち遅れている。この原因として、制御理論研究における評価規範の数学的価値観への偏りが挙げられる。この偏りのために設計手法の実際的な有効性は必ずしも最重要視されず、したがって制御理論における成果の多くは産業界から机上の空論とみなされる傾向にある。また、制御理論が生み出す制御系設計手法の理解には高度な数学がしばしば必要であり、したがって設計手法の使用性も高くない。細分化された制御問題のそれぞれに対して手法が提案されているという点で汎用性はある程度確保されているが、上述の欠点を補うほどではない。

これら問題点を踏まえて本研究調査では、制御系設計問題を状態遷移行列の因子分解問題と捉えることにより、前節で開発した基盤技術を活用した新しい制御系設計を行うこととした。一つ目が合意制御問題、二つ目が飽和系の制御問題である。

4 合意制御問題

複雑ネットワークにおいて分散形式で合意を目指す問題はしばしば合意問題[1]と呼ばれ、負荷分散[2]、データの融合[3]、マルチエージェント協調[4]、分散コンピューティング[5]、分散センサーネットワーク[6]、無線通信システム[7]、電力システム[8]などに応用されており、ネットワーク科学や工学における重要な問題である。最近では、ビッグデータを処理するためのオンライン機械学習においても注目を集めている [9], [10]。

合意問題のサブクラスである平均合意問題における目標は、ネットワーク上において各ノードが自立分散的に全てのノードの初期状態の平均へそれぞれの状態を収束させることである。この問題の標準的な解決策は、線形の平均合意アルゴリズム[11]である。このアルゴリズムにおいてそれぞれのノードは、自身と隣接するノードの状態の加重平均を用いて自身の状態を更新する。

収束が速い合意アルゴリズムを設計することは、実用上非常に重要である。線形平均合意アルゴリズムの文脈において、漸近的な合意速度を最大化するための辺の最適な重みを求める問題は凸最適化問題[5]に帰着される。この最適な重みが分散型の計算により計算されることが文献[12]では示されている。Zelazoら[13]は線形平均合意アルゴリズムにおけるサイクルの重要な役割を明らかにしている。他にも有向ネットワークの場合[14]やゴシップアルゴリズムの場合[15]など、盛んに研究が行われている。

本研究調査では、合意を高速化するために辺の重みを時間に依存して変化させることを目指した。この方

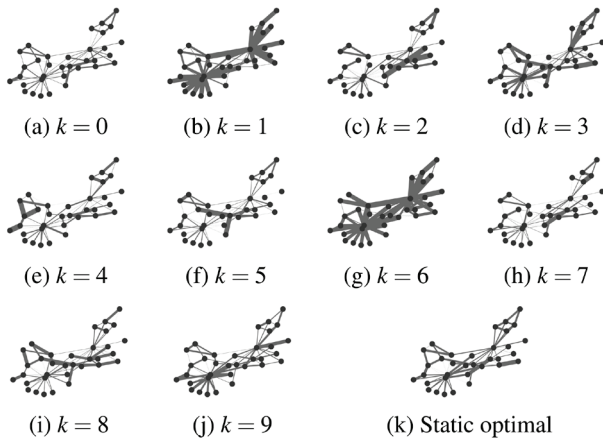


図3. 学習された辺の重み

	Proposed	Finite-time consensus	Static optimal
Krackhardt kite	1.5×10^{-5}	6.4×10^{-10}	1.7×10^{-1}
Chvatál	2.1×10^{-5}	3.6×10^{-12}	3.3×10^{-3}
Pappus	1.0×10^{-3}	1.8×10^{-13}	1.7×10^{-1}
Davis	1.5×10^{-7}	3.2×10^{17}	3.9×10^{-3}
Karate	1.9×10^{-7}	1.3×10^{18}	1.2×10^{-1}
Tutte	2.0×10^{-5}	5.7×10^2	2.5×10^{-1}

表1. 合意誤差の比較

針は有限時間合意アルゴリズム[16-19]と関連が深い。特にグラフ信号処理を用いた研究[19, 20]では最大で N (=頂点数) ステップで有限時間の合意を実現できることを示している。合意問題の研究は近年も継続的な研究 [21, 22]が続く重要な学術分野をなしている。

本研究課題における着想の特徴は、合意問題を状態遷移行列の因子分解問題としてとらえたことにある。つまり、合意を達成するような有限時間の状態遷移行列を、グラフ構造により制約される有限個の行列の積に分解する問題とみなした。詳細は発表した査読付き論文[23]に譲る。この因子分解問題に対して研究開始冒頭で開発したアルゴリズムを適用することで、合意を高速に達成する辺の重みを見出すことができるようにした。図3に、空手ネットワークと呼ばれるソーシャルネットワークにおいて高速に合意を達成する辺の重みを示す。この重みが従来法と比べて高速に合意を達成することを数値的に確認している(表1)。今回開発された枠組みは、合意制御問題における未解決問題「有限の時間枠とネットワーク構造が与えられた場合、特定の時間枠内で可能な限り正確な合意を得るために、ネットワークにおける辺の重みをどのように動的に調整すべきか?」に対して有効な解法を与えている。

5 飽和系の制御問題

前節で概要を示した合意制御問題の研究を通じて因子分解アルゴリズムの有効性が示唆された。さらなる有効性を示すために、本研究調査では飽和系の制御問題を考えた。まず問題の背景を述べる。宇宙機の姿勢制御[24]、機械装置の振動抑制[25]、マルチエージェントシステム[26]など、実用化されているさまざまな制御問題では飽和が避けられない場合が多い。通常の動的な制御器を入力飽和をもつ線形システムに適用すると、オーバーシュート現象が頻繁に発生してシステムの性能が低下することが知られている。このワインドアップ現象に対処するための手段の一つ、アンチワインドアップ制御器[27]がある。アンチワインドアップ防止補償器の特徴に、入力飽和が発生したときに制御器の積分動作を停止させることでワインドアップを抑制するというものがある。

アンチワインドアップ制御器の設計方法は主に2つある[27]。一つは大域的な安定性を保証するように補償器を設計する方法である[28, 29]。もう一つは局所的な安定性を保証する方法である[30-33]。大域的安定性を保証する設計手法では、開ループ系の安定性が必要となることが多い。このため、不安定なプラントでは、局所的な安定性を考慮することがより現実的である。このような状況では、Attraction region と呼ばれる領域の推定が重要な課題となる。Attraction region の推定には、小ゲイン定理、ポポフ基準、円基準などが用いられる。しかし、これらの方法で推定された Attraction region は保守的であることが、文献でしばしば指摘されている[31]。この問題を解決するために文献[34]では、入力飽和したシステムの attraction region を推定するための、保守的の低い解析手法を提案している。しかしながら、これら手法においてしばしば現れる反復型線形行列不等式 [35]における初期値調整の難しさもあり、上述の保守性の問題は完全に解決されているとは言い難い。

そこで本研究課題では、前節における合意制御問題の考え方を発展させることで、飽和系に対するアンチワインドアップ制御器の持つパラメータを最適に調整することを考えた。前節で行った合意制御問題との差

別化を図るために、連続時間における問題設定を採用した。この連続時間性のために、研究開始冒頭で開発したアルゴリズムをそのまま用いることができなかったが、Neural Ordinary Differential Equation[36]という最新の機械学習の枠組みを用いることで解決した。数理的な詳細は国際会議における発表論文[37]を参照されたい。

提案手法の有効性を例示するために attraction region の比較を図4に示す。Attraction region が大きければ大きいほど、制御系が許容する初期状態の範囲が広く、従い性能が高い。従来法は制御理論において標準的なものを、提案法には提案した因子分解の枠組みと Neural Ordinary Differential Equation を採用している。図4が示すように、提案法に基づく attraction region は従来法によるものよりも格段に大きいことがわかる。この結果をもって、提案する因子分解手法の有効性と汎用性を確認することができたと考えている。

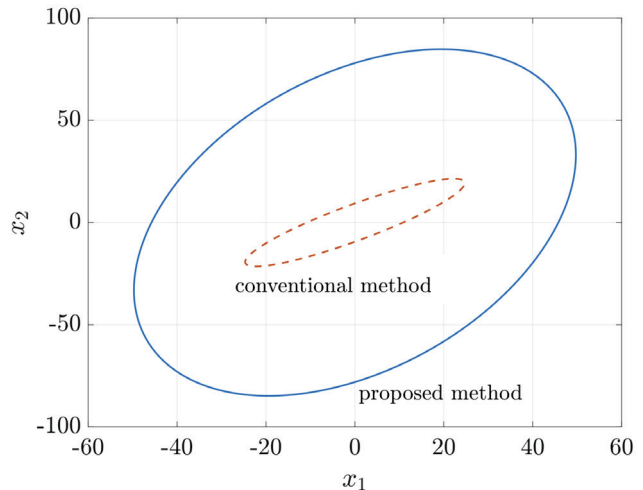


図4. Attraction region の比較

【参考文献】

- [1] R. Olfati-Saber, J. A. Fax, and R. M. Murray, Consensus and cooperation in networked multi-agent systems, Proc. IEEE, vol. 95, no. 1, pp. 215-233, Jan. 2007.
- [2] G. Cybenko, Dynamic load balancing for distributed memory multiprocessors, J. Parallel Distrib. Comput., vol. 7, no. 2, pp. 279-301, Oct. 1989.
- [3] L. Xiao, S. Boyd, and S. Lall, A scheme for robust distributed sensor fusion based on average consensus, in Proc. 4th Int. Symp. Inf. Process. Sensor Netw., 2005, pp. 63-70.
- [4] W. Ren and R. W. Beard, Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies, IEEE Trans. Autom. Control, vol. 50, no. 5, pp. 655-661, May 2005.
- [5] L. Xiao and S. Boyd, Fast linear iterations for distributed averaging, Syst. Control Lett., vol. 53, no. 1, pp. 65-78, Sep. 2004.
- [6] J. Cortés and F. Bullo, Coordination and geometric optimization via distributed dynamical systems, SIAM J. Control Optim., vol. 44, no. 5, pp. 1543-1574, Jan. 2005.
- [7] K. Senel and M. Akar, A distributed coverage adjustment algorithm for femtocell networks, IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 66, no. 2, pp. 1739-1747, Feb. 2017.
- [8] F. Dörfler and F. Bullo, Synchronization and transient stability in power networks and nonuniform Kuramoto oscillators, SIAM J. Control Optim., vol. 50, no. 3, pp. 1616-1642, Jan. 2012.
- [9] J. Chen and A. H. Sayed, Diffusion adaptation strategies for distributed optimization and learning over networks, IEEE Trans. Signal Process., vol. 60, no. 8, pp. 4289-4305, Aug. 2012.
- [10] K. I. Tsianos, S. Lawlor, and M. G. Rabbat, Consensus-based distributed optimization: Practical issues and applications in large-scale machine learning, in Proc. 50th Annu. Allerton Conf. Commun., Control, Comput. (Allerton), Oct. 2012, pp. 1543-1550.
- [11] R. Olfati-Saber and R. M. Murray, Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays, IEEE Trans. Autom. Control, vol. 49, no. 9, pp. 1520-1533, Sep. 2004.

- [12] L. Kempton, G. Herrmann, and M. Di Bernardo, Self-organization of weighted networks for optimal synchronizability, *IEEE Trans. Control Netw. Syst.*, vol. 5, no. 4, pp. 1541-1550, Dec. 2018.
- [13] D. Zelazo, S. Schuler, and F. Allgöwer, Performance and design of cycles in consensus networks, *Syst. Control Lett.*, vol. 62, no. 1, pp. 85-96, Jan. 2013.
- [14] H. Hao and P. Barooah, Improving convergence rate of distributed consensus through asymmetric weights, in *Proc. Amer. Control Conf. (ACC)*, Jun. 2012, pp. 787-792.
- [15] S. Boyd, A. Ghosh, B. Prabhakar, and D. Shah, Randomized gossip algorithms, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 6, pp. 2508-2530, Jun. 2006.
- [16] S. Sundaram and C. N. Hadjicostis, Finite-time distributed consensus in graphs with time-invariant topologies, in *Proc. Amer. Control Conf.*, 2007, pp. 711-716.
- [17] A. Sandryhaila, S. Kar, and J. M. F. Moura, Finite-time distributed consensus through graph filters, in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech Signal Process. (ICASSP)*, May 2014, pp. 1080-1084.
- [18] J. M. Hendrickx, G. Shi, and K. H. Johansson, Finite-time consensus using stochastic matrices with positive diagonals, *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 60, no. 4, pp. 1070-1073, Apr. 2015.
- [19] S. Safavi and U. A. Khan, Revisiting finite-time distributed algorithms via successive nulling of eigenvalues, *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 22, no. 1, pp. 54-57, Jan. 2015.
- [20] Y. Shang, Finite-time weighted average consensus and generalized consensus over a subset, *IEEE Access*, vol. 4, no. 8, pp. 2615-2620, 2016.
- [21] S. Apers and A. Sarlette, Accelerating consensus by spectral clustering and polynomial filters, *IEEE Trans. Control Netw. Syst.*, vol. 4, no. 3, pp. 544-554, Sep. 2017.
- [22] A. Falsone, K. Margellos, S. Garatti, and M. Prandini, Finite-time distributed averaging over gossip-constrained ring networks, *IEEE Trans. Control Netw. Syst.*, vol. 5, no. 3, pp. 879-887, Sep. 2018.
- [23] M. Kishida, M. Ogura, Y. Yoshida, and T. Wadayama, Deep learning-based average consensus, *IEEE Access*, Vol. 8, pp. 142404-142412, 2020.
- [24] T. Asakawa, I. Yamaguchi, Y. Hamada, T. Kasai, T. Nagashio, and T. Kida, Anti-windup design for flexible spacecraft attitude control system, in *SICE Annual Conference 2011*, pp. 1803-1806, 2011.
- [25] Y. Shinohara, K. Seki, M. Iwasaki, H. Chinda, and M. Takahashi, Controller design for dual-stage actuator-driven load devices considering suppression of vibration due to input saturation, in *2013 IEEE International Conference on Mechatronics*, pp. 742-747, 2013.
- [26] K. Takaba, Local synchronization of linear multiagent systems subject to input saturation, *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, Vol. 8, No. 5, pp. 334-340, 2015.
- [27] S. Tarbouriech and M. Turner, Anti-windup design: an overview of some recent advances and open problems, *IET Control Theory & Applications*, Vol. 3, No. 1, pp. 1-19, 2009.
- [28] V. R. Marcopoli and S. M. Phillips, Analysis and synthesis tools for a class of actuator-limited multivariable control systems: A linear matrix inequality approach, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 6, No. 9-10, pp. 1045-1063, 1996.
- [29] E. F. Mulder, M. V. Kothare, and M. Morari, Multivariable anti-windup controller synthesis using linear matrix inequalities, *Automatica*, Vol. 37, No. 9, pp. 1407-1416, 2001.
- [30] J. M. G. da Silva and S. Tarbouriech, Antiwindup design with guaranteed regions of stability: an LMI based approach, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 50, No. 1, pp. 106-111, 2005.
- [31] Y. Y. Cao, Z. Lin, and D. G. Ward. An antiwindup approach to enlarging domain of attraction for linear systems subject to actuator saturation, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 47, No. 1, pp. 140-145, 2002.

- [32] T. Kiyama and T. Iwasaki, On the use of multiloop circle criterion for saturating control synthesis, *Systems & Control Letters*, Vol. 41, No. 2, pp. 105-114, 2000.
- [33] H. Ichihara and E. Nobuyama, Stability analysis and control design of linear systems with input saturation using matrix sum of squares relaxation, *IFAC Proceedings Volumes*, vol.39, no. 9, pp. 369-374, 2006.
- [34] T. Hu, Z. Lin, B. M. Chen, An analysis and design method for linear systems subject to actuator saturation and disturbance, *Automatica*, Vol. 38, No. 2, pp. 351-359, 2002,
- [35] J. M. G. Da Silva and S. Tarbouriech, Local stabilization of discrete-time linear systems with saturating controls: an LMI-based approach, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 46, No. 1, pp. 119-125, 2001.
- [36] C. Rackauckas, M. Innes, Y. Ma, J. Bettencourt, L. White, and V. Dixit, *DiffEqFlux.jl* - A julia library for neural differential equations, arXiv:1902.02376, 2019.
- [37] K. Kobayashi, M. Ogura, T. Kobayashi, and K. Sugimoto, Deep unfolding-based output feedback control design for linear systems with input saturation, in *SICE International Symposium on Control Systems 2021*, 2021, pp. 2A1-5.

〈 発 表 資 料 〉

題 名	掲載誌・学会名等	発表年月
Deep learning-based average consensus	IEEE Access	2020年8月
深層学習技術を用いたむだ時間システムの安定化の有効性評価	信学技報	2020年12月
Deep unfolding-based output feedback control design for linear systems with input saturation	SICE International Symposium on Control Systems 2021	2021年3月