

電磁波を高度に制御出来る誘電体構造の開発に関する研究

代表研究者 有馬卓司 東京農工大学 工学研究院 先端電気電子部門 准教授

1 初めに

1999年に負の透磁率を示す構造が J. B. Pendry 氏によって発見されてから約 20 年間, この自然界の材料では示し得ない特性を持つメタマテリアルの研究が進められてきた. メタマテリアルは波長よりも十分小さい周期構造を持ち, 有効誘電率や有効透磁率を制御することが出来る. これは, 本来反射するはずの電波を透過させることで電波の干渉を回避させるなどの電波の課題だけでなく, 医療, 自動車などの分野の課題解決にも役立つと考えられる. さらに, 負の誘電率と負の透磁率を示すメタマテリアルを組み合わせることで負の屈折率を実現することができる. 負の屈折率の実現は高分解能のスーパーレンズや 5G 通信に向けたアンテナの小型化を可能にする. このように負の屈折率を用いた技術は非常に有用で今後も研究が進められていくと考えられるが, 負の屈折率の実用化には負の屈折率を広帯域で実現する必要がある.

このような背景より, 誘電体基板を用いた誘電率および透磁率の制御方法が行えるようになってきた. この制御が出来れば, 電波応用の範囲は多く広がる. 本研究では, まず透磁率の制御を目的とし, 広帯域で負の透磁率を示す構造を提案する. 研究結果より, 従来構造よりも広帯域で負透磁率を示す構造が実現できることが確認された. 本研究では, 解析と実験による正確な評価を行うことを目的とする.

このような磁性メタマテリアルの解析にはコンピューターによるシミュレーションが有用であるため, このモデルの特性を測る解析法の開発を行う. 実験では, 構造を実作し簡易な測定システムによって負の透磁率の実現を目的とするとともに, シミュレーションに妥当性があるかを検討する.

2 解析手法の開発

本研究では有効に進めるために, シミュレーションを多用する, まずはシミュレーション手法について述べる. アンテナのシミュレーションにおいて, モーメント法や有限要素法がある中で, FDTD 法は数値解析の分野において主要な解析方法である. モーメント法などの積分方程式を基礎と置く解析方法では適用が困難とされる問題を容易に解け, 複雑な構造のモデル化にも適用できるため, アンテナ解析に有効性が示されている. FDTD 法とは, マクスウェルの微分方程式を差分 (Finite Difference) 化し, 時間領域で (Time Domain) で解く方法である. FDTD 法は計算機の発達とともに発展し, 電磁界の散乱問題だけでなく, アンテナや平面回路など, 多くの複雑な問題に適用されてきた.

本論文では FDTD 法を用いて, 電磁界の解析を行う. 本章では FDTD 法の基本概念と定式化について述べる. また, 解析の際に用いた吸収境界条件, 周期境界条件についても述べる.

2-1 基本概念と定式化

FDTD 法で用いられるマクスウェルの方程式は電界 E [V/m], 磁界 H [A/m], 電束密度 D [C/m²], 磁束密度 B [T], 電荷密度 ρ [C/m³], 電流密度 J [A/m²] を用いると次のように与えられる.

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2.2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \quad (2.2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \rho \quad (2.2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2.2.4)$$

式(2.2.1)は, 磁束密度の時間的変動にもなるとともに, 空間内に誘導電界が発生するというファラデーの電磁誘導の法則である. 式(2.2.2)は, アンペア・マクスウェルの法則であり, 導電電流と同様に変異電流も磁界

を作ることを表している. 式(2.2.3)は, 誘電体中の静電界におけるガウスの法則を, 電荷分布と電界とが時間的に変動する場合に一般化したものである. 式(2.2.4)は, 静磁界におけるガウスの法則を, 時間的に変動する磁界の場合に一般化したものである. 式(2.2.1), (2.2.2)を積分形式に直すと, それぞれ次のように与えられる.

$$\oint_C \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{n} dS \quad (2.2.5)$$

$$\oint_C \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{n} dS + \frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{n} dS \quad (2.2.6)$$

FDTD 法では, 図 2.2.1 のように, 波源, 散乱体を囲むように解析領域をとり, 解析領域全体を微小直方体(セル: cell)に分割する. 分割化されたセルに式(2.2.1), (2.2.2)または, 式(2.2.5), (2.2.6)を適用して定式化を行う.

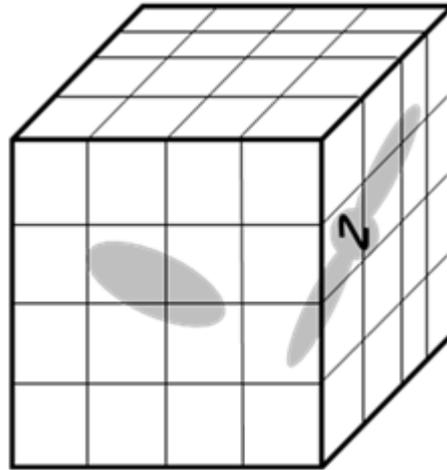


図 2.2.1 解析領域

マクスウェルの方程式を時間および空間について差分化する. 差分化には前進差分, 後進差分, 中心差分があるがもっとも精度がよい 1 次の中心差分を用いる. 精度を上げる目的では高次の差分公式を用いることも可能であるが, 複雑であり波動を扱う際には不安定になりやすい. 電磁界のひとつの成分を F とすると空間および時間についての差分は次のようになる.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F(x + \Delta x/2, y, z, t) - F(x - \Delta x/2, y, z, t)}{\Delta x} \quad (2.2.7)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{F(x, y, z, t + \Delta t/2) - F(x, y, z, t - \Delta t/2)}{\Delta t} \quad (2.2.8)$$

FDTD 法は解析領域を微小セルで分割し, かつ時間も離散化されるため, 点 (x, y, z, t) は,

$$(x, y, z, t) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) \quad (2.2.9)$$

のように各格子点に割り当てられる子世になる. $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ はセルの各辺の長さであり, セルサイズとよぶ. また Δt をタイムステップとよぶ.

FDTD 法の表記では $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ と Δt を省略し,

$$F(x, y, z, t) = F^n(i, j, k) \quad (2.2.10)$$

と書くため、 (i, j, k) は格子点の座標をあらわすこととなる。

式(2.2.10)を用いると、式(2.2.7), (2.2.8)は次のように表すことができる。

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F^n(i+1/2, j, k) - F^n(i-1/2, j, k)}{\Delta x} \quad (2.2.11)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{F^{n+1/2}(i, j, k) - F^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} \quad (2.2.12)$$

中心差分を用いたことにより、電界と磁界は図 2.2.2 のように時間的に交互に配置される。

図 2.2.2 のように、電界を $t = (n-1)\Delta t, n\Delta t, (n+1)\Delta t, \dots$ の整数次の時刻に、磁界を $t = (n-1/2)\Delta t, (n+1/2)\Delta t, \dots$ の半奇数次の時刻に割り当てる。実際の計算においては、 $t = (n-1)\Delta t$ の電界 E^{n-1} と $t = (n-1/2)\Delta t$ の磁界 $H^{n-1/2}$ とから E^n を、 $H^{n-1/2}$ と E^n から $H^{n+1/2}$ を計算する。

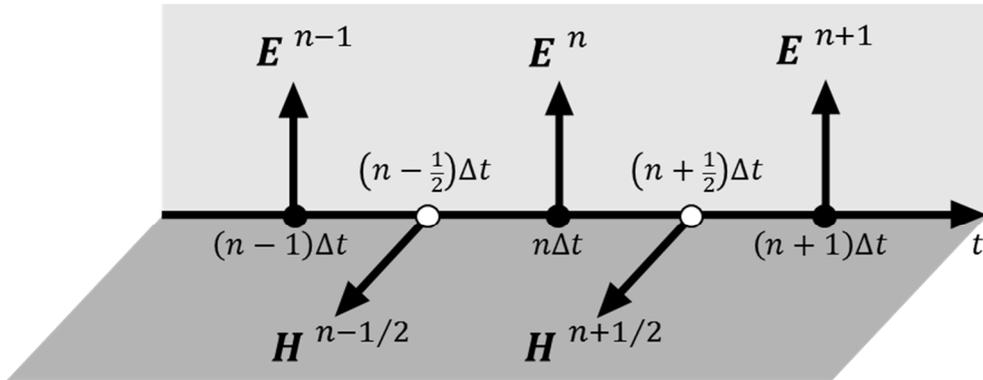


図 2.2.2 電磁界の時間配置

次に、媒質を等方、非分散性とすると式(2.2.1), (2.2.2)の構成方程式 $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ を用いて電界、磁界に直すと、次の式となる。

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\varepsilon} \mathbf{E} + \frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathbf{H} \quad (2.2.13)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E} \quad (2.2.14)$$

ここで、 μ, ε, σ はそれぞれ、透磁率、誘電率および導電率である。(2.2.13)の左辺の電界に関する時間微分は、電界の存在する時刻が $t = (n-1)\Delta t, n\Delta t, (n+1)\Delta t, \dots$ であることから $t = (n-1/2)\Delta t$ で行う必要がある。同様に、磁界に関する時間微分は、磁界が存在する時刻が $t = (n-1/2)\Delta t, (n+1/2)\Delta t, \dots$ であることから $t = n\Delta t$ で行う必要がある。FDTD法の表記を用いると電界磁界の時間微分は、

$$\left. \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right|_{t=(n-1/2)\Delta t} = \frac{\mathbf{E}^n - \mathbf{E}^{n-1}}{\Delta t} \quad (2.2.15)$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right|_{t=n\Delta t} = \frac{\mathbf{H}^{n+1/2} - \mathbf{H}^{n-1/2}}{\Delta t} \quad (2.2.16)$$

となる。式(2.2.15), (2.2.16)を(2.2.13), (2.2.14)に代入すると、

$$\frac{\mathbf{E}^n - \mathbf{E}^{n-1}}{\Delta t} = -\frac{\sigma}{\varepsilon} \mathbf{E}^{n-1/2} + \frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathbf{H}^{n-1/2} \quad (2.2.17)$$

$$\frac{\mathbf{H}^{n+1/2} - \mathbf{H}^{n-1/2}}{\Delta t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E}^n \quad (2.2.18)$$

となる. ここで, 式(2.2.17)の右辺第1項の電界が $t = (n - 1/2)\Delta t$ における値となるので,

$$\mathbf{E}^{n-1/2} \approx \frac{\mathbf{E}^{n-1} + \mathbf{E}^n}{2} \quad (2.2.19)$$

と近似し, \mathbf{E}^n , $\mathbf{H}^{n+1/2}$ について解くと,

$$\mathbf{E}^n = \frac{1 - \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}} \mathbf{E}^{n-1} + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}} \nabla \times \mathbf{H}^{n-1/2} \quad (2.2.20)$$

$$\mathbf{H}^{n+1/2} = \mathbf{H}^{n-1/2} - \frac{\Delta t}{\mu} \nabla \times \mathbf{E}^n \quad (2.2.21)$$

と求めることができる.

2-2 電磁界の空間配置

前節で空間についても中心差分したことによって, 電界と磁界も空間的に交互に配置されることになる. それらは, 図 2.3.1 に示すように基本的に電界はセルの辺に沿って, 磁界は面の中心に垂直に割り当てられる. これは, 電界の回転が磁界を, 磁界の回転が電界をつくるマクスウェルの方程式を満たすような配置となっている.

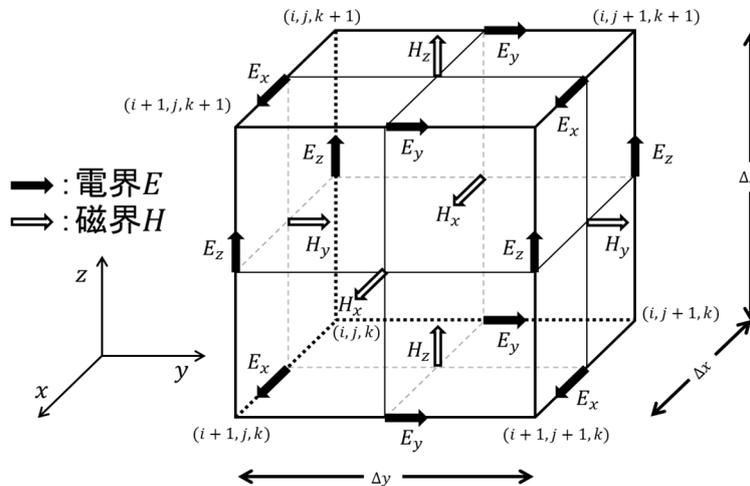


図 2.3.1 単位セルと電磁界の配置

2-3 セルサイズとタイムステップ

FDTD 法におけるセルサイズは, ある電磁界分布を離散表現する間隔であり, その間隔は波長を基準に決定する. ナイキストのサンプリング定理により, 最大離散間隔は 1/2 波長となるが, 一般的に FDTD 法では, 問題とする最大周波数に対してセルの一边を 1/10 波長以下にする.

本研究で用いる FDTD 法は, 電界と磁界を交互に求めるため, タイムステップはセルサイズと関係がある. Courant の安定条件より, 電磁波の速度 v [m/s], タイムステップ [s], 単位セルの一边の長さ [m] は次のよう

な関係がある。

$$v\Delta t \leq \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\Delta x}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta y}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta z}\right)^2}} \quad (2.4.1)$$

この条件を満足しなければ、計算結果は不安定となり発散する。

2-4 3次元 FDTD 法

3次元単位セルの電磁界配置は図 2.3.1 のように割り当てられる。3次元 FDTD 法における電界の z 成分 E_z は、式(2.2.20)に従って、

$$E_z^n = \frac{1 - \frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon}} E_z^{n-1} + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y^{n-1/2}}{\partial x} - \frac{\partial H_x^{n-1/2}}{\partial y} \right) \quad (2.5.1)$$

となる。 E_z は図 2.3.1 において 4 か所割り当てられているが、定式化を行う場合には (i, j, k) に最も近い格子点である $E_z(i, j, k + 1/2)$ を選ぶ。式(2.5.1)の右辺の微分は

$$\left. \frac{\partial H_y^{n-1/2}}{\partial x} \right|_{(i,j,k+1/2)} = \frac{H_y^{n-1/2}(i + 1/2, j, k + 1/2) - H_y^{n-1/2}(i - 1/2, j, k + 1/2)}{\Delta x} \quad (2.5.2)$$

$$\left. \frac{\partial H_x^{n-1/2}}{\partial y} \right|_{(i,j,k+1/2)} = \frac{H_x^{n-1/2}(i + 1/2, j + 1/2, k) - H_x^{n-1/2}(i, j - 1/2, k + 1/2)}{\Delta y} \quad (2.5.3)$$

となり、これらの式を式(2.5.1)に代入すると、 E_z について定式化ができる。

$$\begin{aligned} & E_z^n \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) \\ &= C_{EZ} \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) E_z^{n-1} \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) \\ & \quad + C_{EZLX} \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) \left\{ H_y^{n-1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2} \right) - H_y^{n-1/2} \left(i - \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2} \right) \right\} \\ & \quad - C_{EZLY} \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) \left\{ H_x^{n-1/2} \left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) - H_x^{n-1/2} \left(i, j - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.5.4)$$

ただし

$$C_{EZ} \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) = \frac{1 - \frac{\sigma(i, j, k + 1/2)\Delta t}{2\varepsilon(i, j, k + 1/2)}}{1 + \frac{\sigma(i, j, k + 1/2)\Delta t}{2\varepsilon(i, j, k + 1/2)}} \quad (2.5.5)$$

$$C_{EZLX} \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) = \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon(i, j, k + 1/2)}}{1 + \frac{\sigma(i, j, k + 1/2)\Delta t}{2\varepsilon(i, j, k + 1/2)}} \frac{1}{\Delta x} \quad (2.5.6)$$

$$C_{EZLY} \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) = \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon(i, j, k + 1/2)}}{1 + \frac{\sigma(i, j, k + 1/2)\Delta t}{2\varepsilon(i, j, k + 1/2)}} \frac{1}{\Delta y} \quad (2.5.7)$$

となる。

次に磁界の x 成分 H_x は、式(2.2.21)より

$$H_x^{n+1/2} = H_x^{n-1/2} - \frac{\Delta t}{\mu} \left(\frac{\partial H_z^n}{\partial y} - \frac{\partial H_y^n}{\partial z} \right) \quad (2.5.8)$$

となる。 H_x は $(i, j + 1/2, k + 1/2)$ であるから、式(2.5.8)の右辺の電界の微分は

$$\left. \frac{\partial E_z^n}{\partial y} \right|_{(i, j+1/2, k+1/2)} = \frac{E_z^n(i, j + 1, k + 1/2) - E_z^n(i, j, k + 1/2)}{\Delta y} \quad (2.5.9)$$

$$\left. \frac{\partial E_y^n}{\partial z} \right|_{(i+1/2, j, k+1/2)} = \frac{E_y^n(i + 1, j, k + 1/2) - E_y^n(i, j, k + 1/2)}{\Delta z} \quad (2.5.10)$$

となる。式(2.5.8)に式(2.5.9), (2.5.10)を代入することで次のように $H_x^{n+1/2}$ を求めることができる。

$$\begin{aligned} & H_x^{n+1/2} \left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) \\ &= H_x^{n-1/2} \left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) \\ & \quad + C_{HXLX} \left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) \left\{ E_z^n \left(i, j + 1, k + \frac{1}{2} \right) - E_z^{n-1} \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) \right\} \\ & \quad - C_{HXLZ} \left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) \left\{ E_y^n \left(i, j + \frac{1}{2}, k + 1 \right) - E_y^{n-1} \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.5.11)$$

ただし

$$C_{HXLX} \left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) = \frac{\Delta t}{\mu(i, j + 1/2, k + 1/2)} \frac{1}{\Delta y} \quad (2.5.12)$$

$$C_{HXLZ} \left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) = \frac{\Delta t}{\mu(i, j + 1/2, k + 1/2) \Delta z} \quad (2.5.13)$$

である. ほかの成分についても同様に定式化できる.

2-5 周期境界条件

FDTD 法を用いて周期構造全体を解析しようとする場合, 解析領域が大きくなりすぎてしまい, 計算量が莫大になってしまう. そこで, 計算量を減らすために, 周期構造では周期境界条件を用いることができる. 周期境界条件は, 解析領域外にも周期的に構造が連なっていると仮定することで 1 周期分を切り取り解析するだけで構造全体の解析を行うことができる方法である. 解析領域の外側には, 解析領域外の条件に応じて, 吸収境界条件か周期境界条件を設定することになる.

周期構造中の電磁界において成り立つ条件にフロケ (Floquet) の定理というものがある. この定理は, ”与えられた周波数による周期構造中のある点における電磁界分布は, 周期の整数倍離れた点の値と複素定数値のみ異なる” というものである. x 方向, y 方向に周期構造が広がっているとき, これを式で表すと,

$$\psi(x + mT_x, y + nT_y) = \psi(x, y) e^{jk_x mT_x} e^{jk_y nT_y} \quad (2.7.1)$$

m, n : 整数 k_x, k_y : 各方向への波数成分 T_x, T_y : 空間周期

となる.

しかし, 本研究では図 2.7.1 のように, 周期境界条件は x - y 平面と, x - z 平面に用い, 入射波は x 方向からの平面波とするため, 複素定数値の値も等しくなると考えられる.

以上より,

$$\Psi(x, T_y, z) = \psi(x, 1, z) \quad (2.7.2)$$

$$\Psi(x, y, T_z) = \psi(x, y, 1) \quad (2.7.3)$$

となる. この式を周期境界条件として用いる.

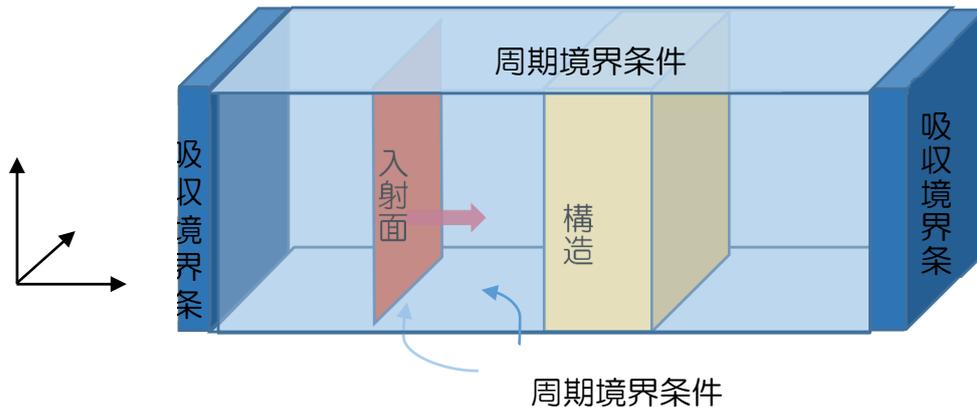


図 2.7.1 本研究の解析モデル

3 実効誘電率及び実効透磁率の解析手法

3-1 概要

メタマテリアルのように構造の大きさが電磁波の波長よりも十分小さい場合、媒質を均一なものとして見なすことができる。この時の全体的な応答を、材料自体の誘電率や透磁率と区別して、有効誘電率及び有効透磁率と呼ぶ。媒質の構成パラメータを求める方法として、Sパラメータ(反射率、透過率)を用いる方法が知られている。この方法を用いてメタマテリアルの実効的な構成パラメータである有効誘電率及び有効透磁率を算出することができる。

3-2 FDTD 法による S パラメータの計算

図 3.2.1 に媒質スラブに対する S パラメータの計測モデルを示す。

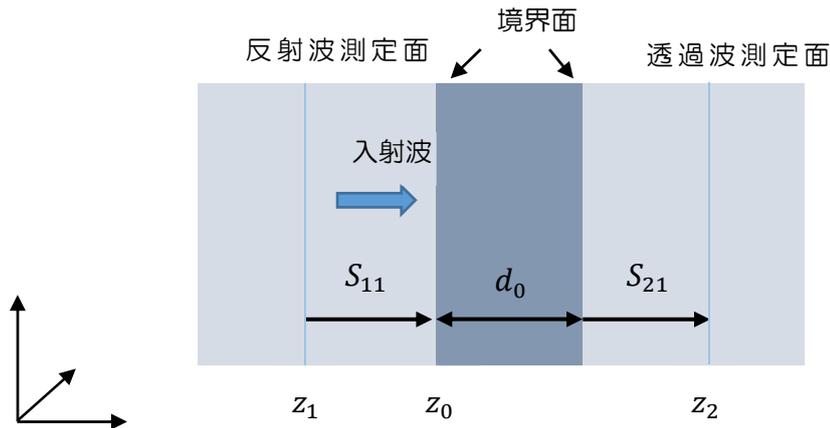


図 3.2.1 媒質スラブに対する S パラメータの計測モデル

入射波は E_y 成分を持った x 方向に進むガウスパルス平面波とする。

S_{11} と S_{21} の位相は、媒質中の境界面を基準として定義する。したがって、媒質から離れた面で反射率 R と透過率 T を計測した場合、位相を境界面までの位相に補完する必要がある。

電磁界解析を構造体がある場合とない場合の 2 回行う。まず、構造がある場合、 z_1 点で記録された電界は、

$$V_1(\omega) = A(\omega)e^{-ik(\omega)z_1} + B(\omega)e^{+ik(\omega)z_1} \quad (3.2.1)$$

で与えられる。一方、構造がない場合の電界は

$$V_2(\omega) = A(\omega)e^{-ik(\omega)z_1} \quad (3.2.2)$$

で与えられるから、 z_1 における反射率 R は次の式で与えられる。

$$R = \frac{V_1 - V_2}{V_2} = \frac{B(\omega)e^{+ik(\omega)z_1}}{A(\omega)e^{-ik(\omega)z_1}} = \frac{B(\omega)}{A(\omega)} e^{+2ik(\omega)z_1} \quad (3.2.3)$$

この R の位相を z_0 点にすることで、 S_{11} が与えられる。

$$S_{11} = \frac{B(\omega)}{A(\omega)} = R e^{-2ik(\omega)z_1} \quad (3.2.4)$$

S_{21} についても同様の計算を行う。透過率 T は構造がない場合の透過 $A(\omega)e^{-i\beta(\omega)z_2}$ と、構造がある場合の透過 $A'(\omega)e^{-i\beta(\omega)z_2}$ から与えられる。

$$T = \frac{A'(\omega)e^{-i\beta(\omega)z_2}}{A(\omega)e^{-i\beta(\omega)z_2}} = \frac{A'(\omega)}{A(\omega)} \quad (3.2.5)$$

この T を用いると S_{21} は次の式で与えられる。

$$S_{21} = \frac{A'(\omega)}{A(\omega)} e^{ink(\omega)d} = T e^{ink(\omega)d} \quad (3.2.6)$$

3-3 S パラメータと構成パラメータ

媒質の屈折率 n と自由空間インピーダンスとの比である z は、媒質スラブに対する S パラメータとの間についての関係が成り立つ。

$$S_{11} = \frac{R_{01}(1 - e^{i2nk_0d})}{1 - R_{01}^2 e^{i2nk_0d}} \quad (3.3.1)$$

$$S_{21} = \frac{(1 - R_{01}^2)e^{ink_0d}}{1 - R_{01}^2 e^{i2nk_0d}} \quad (3.3.2)$$

ただし、

$$R_{01} = \frac{z - 1}{z + 1} \quad (3.3.3)$$

である。

式(3.3.1), (3.3.2)をインピーダンス z について解くと次のようになる。

$$z = \pm \frac{\sqrt{(1 + S_{11})^2 - S_{21}^2}}{\sqrt{(1 - S_{11})^2 - S_{21}^2}} \quad (3.3.4)$$

このとき、 z の符号は、

$$Re[z] \geq 0 \quad (3.3.5)$$

となるように選ぶ。

つぎに、式(3.3.1), (3.3.2)を e^{ink_0d} について解くと、

$$e^{ink_0d} = \frac{S_{21}}{1 - S_{11}R_{01}} \quad (3.3.6)$$

となる。また、 e^{ink_0d} を n について解くと、

$$n = \frac{1}{k_0d} \{ [Im[\ln(e^{ink_0d})] + 2m\pi] + iRe[\ln(e^{ink_0d})] \} \quad (3.3.7)$$

ここで、 m は $Re[n]$ の分枝の番号を示す整数である。この m を決定するために、 n の連続性を仮定し、 k_0 の変化に対して n が連続になるように m を選ぶ。この式に式(3.3.6)で算出した値を代入することで n を算出する。

最後に、比誘電率 ϵ と比透磁率 μ は、自由空間インピーダンスとの比である z と屈折率 n を用いて、次のように表せる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= \frac{n}{z} \\ \mu &= nz \end{aligned} \right\} \quad (3.3.8)$$

以上のように実効比誘電率と実効比透磁率を算出する。

3-4 解析法の妥当性

ここで、FDTD 法の実効パラメータの解析方法の正当性を確認するためにスラブが真空時のパラメータを測定した。以下図 3.4.1 に解析した S パラメータとインピーダンス z を、 図 3.4.2 に比誘電率と比透磁率及び屈折率を示す。

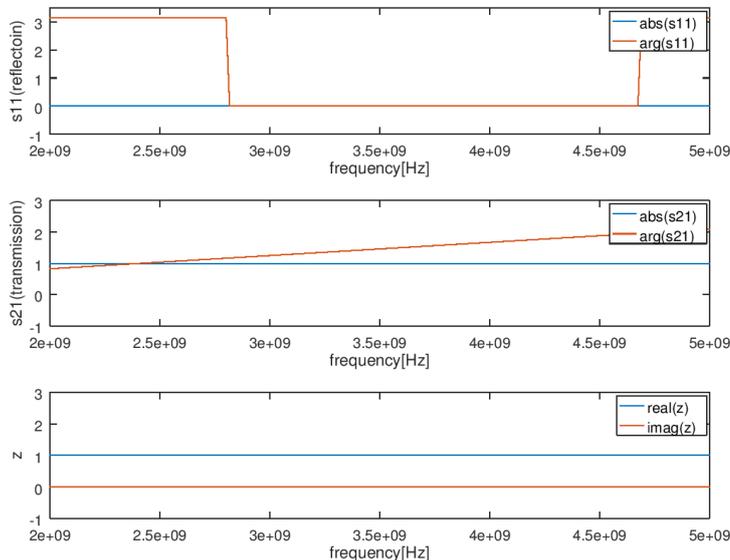


図 3.4.1 真空の S パラメータとインピーダンス

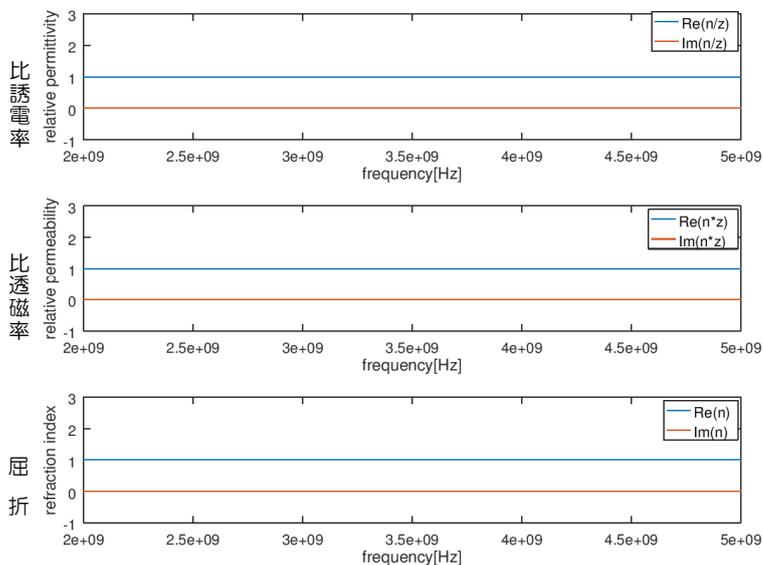


図 3.4.2 真空の比誘電率と比透磁率及び屈折率

真空の比誘電率, 比透磁率は共に 1 であるから解析手法は正しいと言える。

4 広帯域で負の透磁率を示す構造

4-1 概要

1999年にJ. B. Pendry氏によって、金属で作られた負の透磁率を示す構造 Split Ring Resonators (SRR)が発見されてからは、実用化に向けて、いかに負の透磁率を広帯域に示すかという研究がなされてきた。本研究室でも、従来のSRRに比べ、負の透磁率を示す帯域幅が大きい構造が考えられてきた。ここでは、その構造とその理由を定式的に示す。また、FDTD法での解析結果を示す。

4-2 負の透磁率を示す構造 (SRR)

SRRは以下図4.2.1(a)のような形をしており、リング部分がインダクタンス(L)、内外リング間と切断部の隙間がキャパシタンス(C)の役割をしており、SRR内を貫く入射磁場Bに対して $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ に比例する特定の周波数で磁氣的共振を示すLC共振器と見なせる。

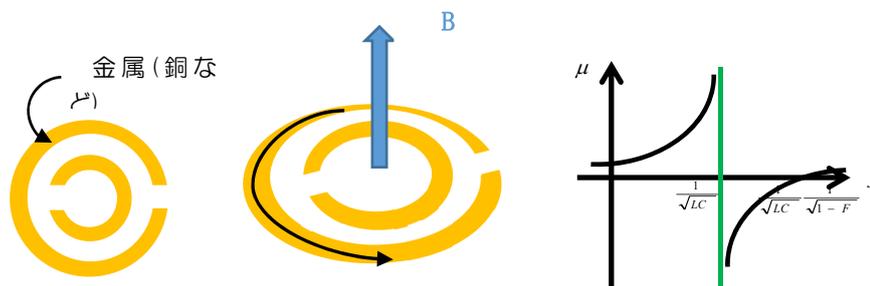


図 4.2.1 (a)従来のSRR (b)LC共振器 (c)磁氣的共振

また、メタ材料は波長よりも十分小さい大きさである必要があり、今回は約1cmのSRRを考えるため、波長は10cm、つまり、周波数が3GHz付近のパラメータの値に注目する。

4-3 負の透磁率を示す帯域幅の広帯域化

SRRの透磁率の理論式は式(4.2.1)で表すことができる。

$$\mu = 1 - \frac{F}{1 - \frac{1}{LC\omega^2} + i \frac{Z(\omega)}{L\omega}} \quad (4.2.1)$$

ここで、FはFilling Factorと呼ばれる周期面積に対するコイルの作用をする面積の比率、Cはキャパシタンス、Lはインダクタンス、Zは金属インピーダンスである。マイクロ波領域では金属は完全導体と見なせるためインピーダンスZは無視して良い。よって、式(4.2.1)から、角周波数が $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ で透磁率が極大になり、

$\frac{1}{\sqrt{LC}} \frac{1}{\sqrt{1-F}}$ で透磁率が0に戻ると分かる。したがって、

負の透磁率を示す周波数帯幅は $\frac{1}{\sqrt{LC}} (\frac{1}{\sqrt{1-F}} - 1)$ であると分かる。このことより負の透磁率の周波数帯幅を大きくするには共振周波数を高くするか、Filling factorを大きくするかである。

共振周波数に影響するLやCはSRRの寸法と配列間隔によって決定される。これらの値を変化させることで

負の透磁率を示す帯域幅だけでなく、どこで磁気共振を起こすかを制御することができるため、マイクロ波を超えてテラヘルツ波領域や可視光領域にまで応用することができる。

しかし、本研究では共振周波数を変える事なく、構造のみを変えることで帯域幅を増加させることを考える。つまり、Filling factor(占有面積率)を増加させることに重点を置く。

そこで、LC共振器の形を保ちつつ、占有面積率を大きくした図4.3.1(b)のような構造が提案されている。この構造は最大限Filling factorを大きくしつつ、左側に蓋をすることで、LC共振器としての役割を保つ構造になっている。

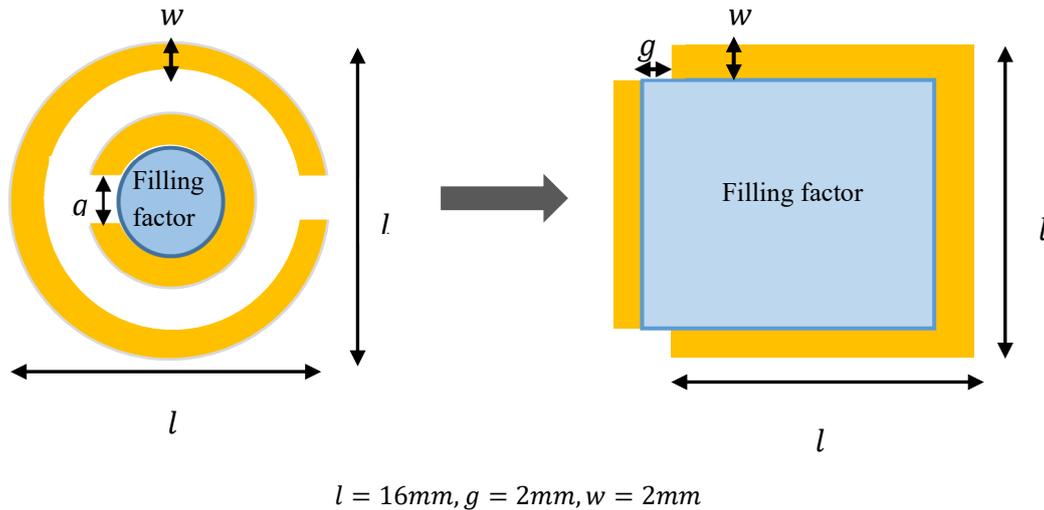


図 4.3.1 (a) 従来の SRR

(b) 提案された SRR

4-4 解析結果

提案された SRR を、第二章で述べた FDTD 法を用いて解析を行なった。測定モデルは、図 4.4.1 のように x 方向からの入射波 (E_y 成分を持った x 方向に進むパルス平面波) に対して、x 方向に 1 列, y, z 方向には周期境界条件を用いて無限に構造が続いているものとする。

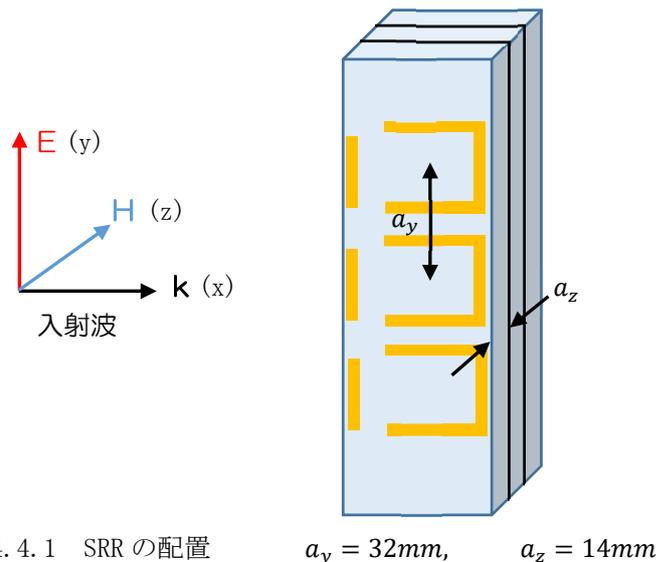


図 4.4.1 SRR の配置

図 4.4.2 に計測した S パラメータとインピーダンス, 図 4.4.3 に比誘電率, 比透磁率, 屈折率の値を示す。

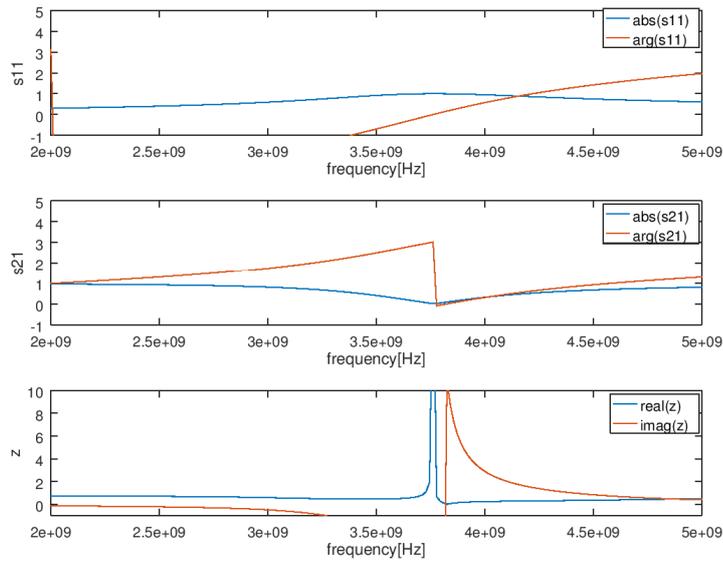


図 4.4.2 提案モデルの S パラメータとインピーダンスの解析結果

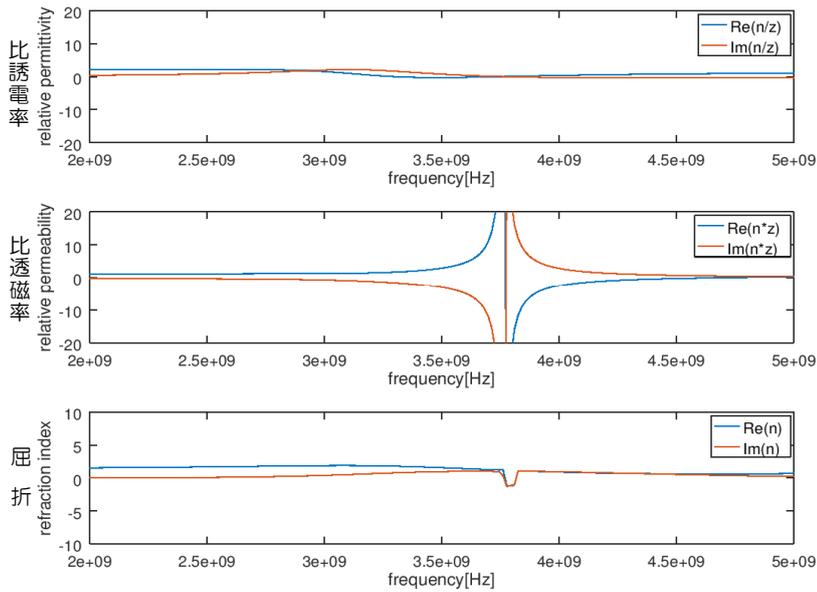


図 4.4.3 提案モデルの比誘電率, 比屈折率, 屈折率の解析結果

また, 図 4.4.4 に従来の SRR と提案された SRR の透磁率の実数部の比較を, 負の周波数, 帯域幅, 負の帯域を示す中心周波数, FBW (fractional bandwidth : 帯域幅を中心周波数で割った値) を以下の表 4.4.1 に示す.

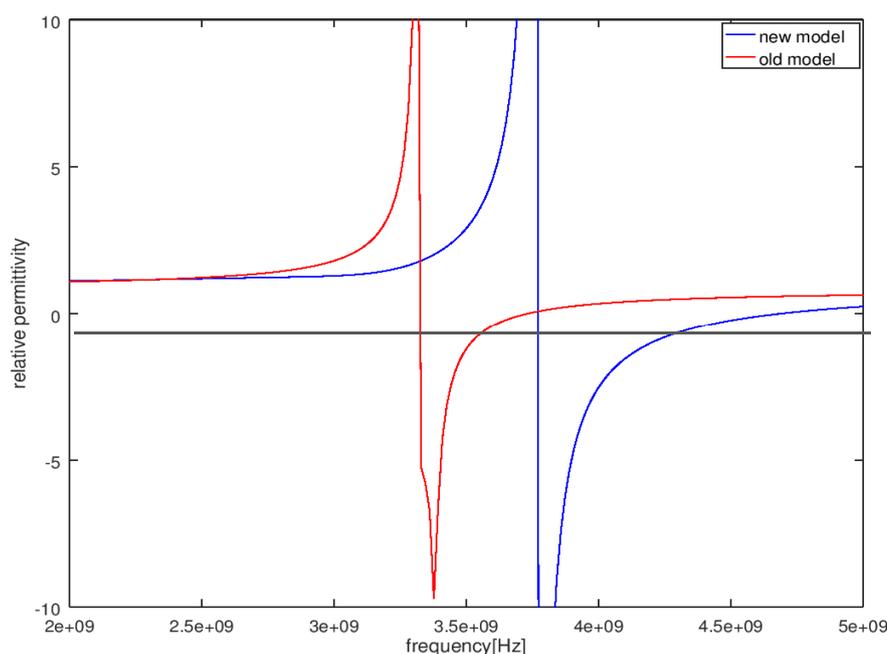


図 4.4.4 従来 SRR と提案 SRR の比透磁率の解析結果

表 4.4.1 負の透磁率の周波数帯域と FBW

	負の透磁率帯域 [GHz]	帯域幅 [GHz]	中心周波数 [GHz]	FBW[%]
従来モデル	3.33~3.73	0.40	3.56	11.2
提案モデル	3.77~4.67	0.90	4.22	21.3

以上から、従来の SRR より提案モデルの方が、負の透磁率を示す帯域幅が 0.5 GHz (2.25 倍) 大きく、FBW は 10.1% (約 1.9 倍) 大きいことが分かる。

また、共振周波数がずれてしまっているが、これは、SRR の寸法や配列間隔は変えなかったが、形を変えたことで少なからず L や C の値が変化したためと考えられる。

5 実験による評価

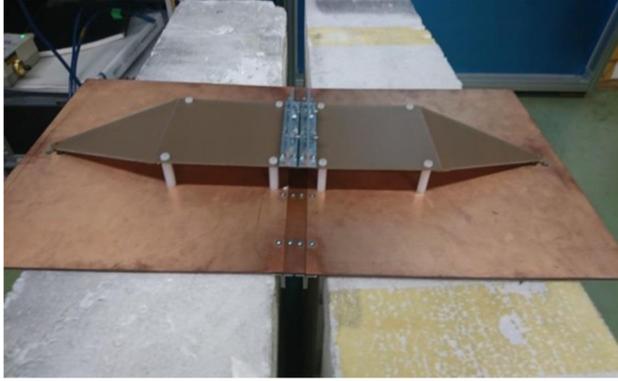
5-1 解析結果

前節で示した広帯域で負の透磁率を示す構造について、実験による評価を示す。

これまでの議論よりメタマテリアルの実効的な構成パラメータは S パラメータを用いて計算できることがわかる。実験によって S パラメータを測定する手法として平行平板をネットワークアナライザで計測する手法を提案する。

5-2 平行平板を用いた測定

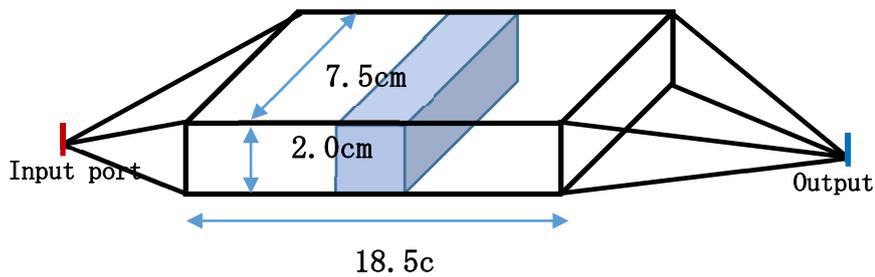
実験を行う際の計測機器はネットワークアナライザを用いる。平行平板のポート部分から給電し、反射波と透過波の S パラメータをポート部分で測定する。平行平板のモデルは図 5.2.1 のようになる。



(a) 平行平板



(b) ベクトルネットワークアナライザ [Agilent Technologies: E5071C]



(c) 平行平板のモデル図

図 5.2.1 平行平板による SRR の測定モデル

5-3 解析結果

平行平板から S パラメータを測定するとき、図 5.3.1 に示す E_A 、 E_B の誤差回路の特性も入ってしまうため、誤差回路の特性を取り除く必要がある。誤差回路の特性は TRL 校正によって取り除く。TRL 校正は取り除く部分である Thru, TEM Cell に高反射係数の金属を挿入する Reflect, Thru と異なる長さで位相を変化させる Line の 3 つの状態(図 5.3.2)を作り誤差回路の特性を求める。Thru, Reflect, Line それぞれの S パラメータ S_m^T , S_m^R , S_m^L と誤差回路の各要素との関係は(5.3.1)～(5.3.6) のようになり誤差回路の特性を求めることができる。

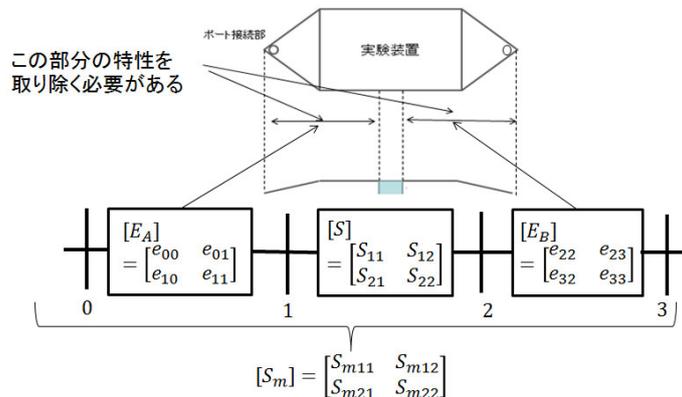


図 5.3.1 平行平板の回路モデル

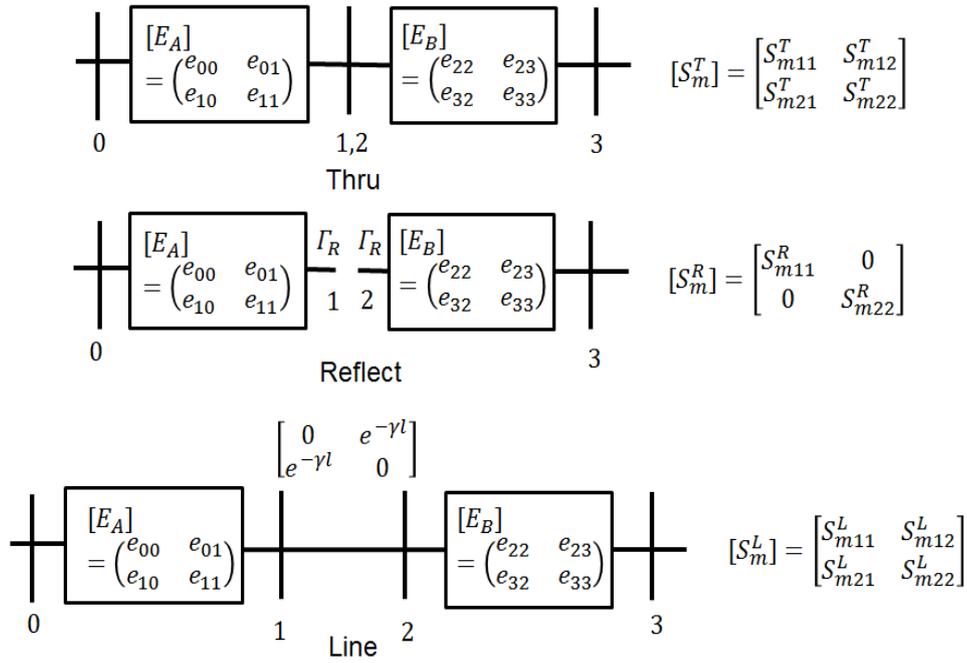


図 5.3.2 Thru 状態, Reflect 状態, Line 状態の等価回路

$$e^{-rl} = -\xi_1 \pm \sqrt{\xi_1^2 - 1} \quad (5.3.1)$$

$$\xi_1 = \frac{(S_{m11}^T - S_{m11}^L)(S_{m22}^T - S_{m22}^L) - S_{m12}^T S_{m21}^T - S_{m12}^L S_{m21}^L}{2S_{m12}^T S_{m21}^L} \quad (5.3.2)$$

$$\Gamma_R = \pm \frac{\left(\frac{S_{m12}^L e^{rl} - 1}{S_{m12}^T} \right) \left\{ \frac{S_{m12}^L (S_{m11}^T - S_{m11}^R)}{S_{m12}^T (S_{m11}^L - S_{m11}^R)} e^{-rl} - 1 \right\} \left\{ \frac{S_{m21}^L (S_{m22}^T - S_{m22}^R)}{S_{m21}^T (S_{m22}^L - S_{m22}^R)} e^{-rl} - 1 \right\}}{\sqrt{\left(\frac{S_{m12}^L e^{-rl} - 1}{S_{m12}^T} \right) \left\{ \frac{S_{m12}^L (S_{m11}^T - S_{m11}^R)}{S_{m12}^T (S_{m11}^L - S_{m11}^R)} e^{rl} - 1 \right\} \left\{ \frac{S_{m21}^L (S_{m22}^T - S_{m22}^R)}{S_{m21}^T (S_{m22}^L - S_{m22}^R)} e^{rl} - 1 \right\}}} \quad (5.3.3)$$

$$\begin{bmatrix} S_{m11}^T & S_{m12}^T \\ S_{m21}^T & S_{m22}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{00} + \frac{e_{10} e_{01} e_{22}}{1 - e_{11} e_{22}} & \frac{e_{23} e_{01}}{1 - e_{22} e_{11}} \\ \frac{e_{10} e_{32}}{1 - e_{11} e_{22}} & e_{33} + \frac{e_{32} e_{23} e_{11}}{1 - e_{22} e_{11}} \end{bmatrix} \quad (5.3.4)$$

$$\begin{bmatrix} S_{m11}^R & 0 \\ 0 & S_{m22}^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{00} + \frac{e_{10} e_{01} \Gamma_R}{1 - e_{11} \Gamma_R} & 0 \\ 0 & e_{33} + \frac{e_{32} e_{23} \Gamma_R}{1 - e_{22} \Gamma_R} \end{bmatrix} \quad (5.3.5)$$

$$\begin{bmatrix} S_{m11}^L & S_{m12}^L \\ S_{m21}^L & S_{m22}^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{00} + \frac{e_{10} e_{01} e_{22} e^{-2\gamma l}}{1 - e_{11} e_{22} e^{-2\gamma l}} & \frac{e_{23} e_{01} e^{-\gamma l}}{1 - e_{22} e_{11} e^{-2\gamma l}} \\ \frac{e_{10} e_{32} e^{-\gamma l}}{1 - e_{11} e_{22} e^{-2\gamma l}} & e_{33} + \frac{e_{32} e_{23} e_{11} e^{-2\gamma l}}{1 - e_{22} e_{11} e^{-2\gamma l}} \end{bmatrix} \quad (5.3.6)$$

誤差回路の特性から本来求めたいSパラメータは次の(5.3.7)～(5.3.11)のように求められる。

$$S_{11} = \left[\left[\left(\frac{S_{m11} - e_{00}}{e_{01}e_{10}} \right) \left\{ 1 + \left(\frac{S_{m22} - e_{00}}{e_{23}e_{32}} \right) e_{22} \right\} - \left[\left(\frac{S_{m21}}{e_{10}e_{32}} \right) \left(\frac{S_{m12}}{e_{23}e_{01}} \right) e_{22} \right] \right] \cdot \frac{1}{D} \right. \quad (5.3.7)$$

$$S_{21} = \left(\frac{S_{m21}}{e_{01}e_{32}} \right) \cdot \frac{1}{D} \quad (5.3.8)$$

$$S_{12} = \left(\frac{S_{m12}}{e_{23}e_{01}} \right) \cdot \frac{1}{D} \quad (5.3.9)$$

$$S_{22} = \left[\left[\left(\frac{S_{m22} - e_{33}}{e_{23}e_{32}} \right) \left\{ 1 + \left(\frac{S_{m11} - e_{00}}{e_{01}e_{10}} \right) e_{11} \right\} - \left[\left(\frac{S_{m21}}{e_{10}e_{32}} \right) \left(\frac{S_{m12}}{e_{23}e_{01}} \right) e_{11} \right] \right] \cdot \frac{1}{D} \right. \quad (5.3.10)$$

$$D = \left\{ 1 + \left(\frac{S_{m11} - e_{00}}{e_{01}e_{10}} \right) e_{11} \right\} \left\{ 1 + \left(\frac{S_{m22} - e_{33}}{e_{23}e_{32}} \right) e_{22} \right\} - \left(\frac{S_{m21}}{e_{10}e_{32}} \right) \left(\frac{S_{m12}}{e_{23}e_{01}} \right) e_{22}e_{11} \quad (5.3.11)$$

5-4 作成手法と測定結果

Thru, Reflect, Line において図 5.3.1 の E_A , E_B の誤差回路の特性が変化しないように TEM Cell を二つに分割できるようになっている。分割した二つをそのまま接続することにより Thru(図 5.4.1) 分割した間に金属版を入れることによって Reflect(図 5.4.2), 伝送線路を入れることによって Line(図 5.4.3)を測定することができる。

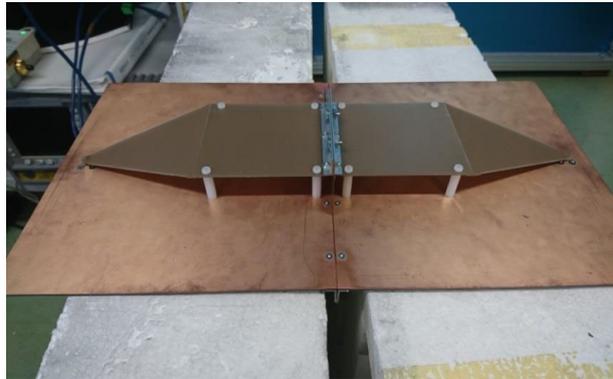


図 5.4.1 Thru

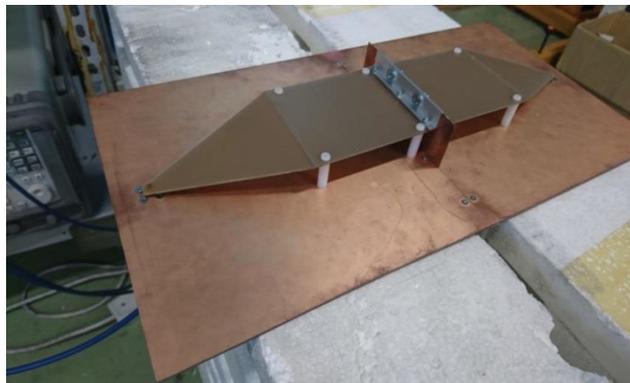


図 5.4.2 Reflect

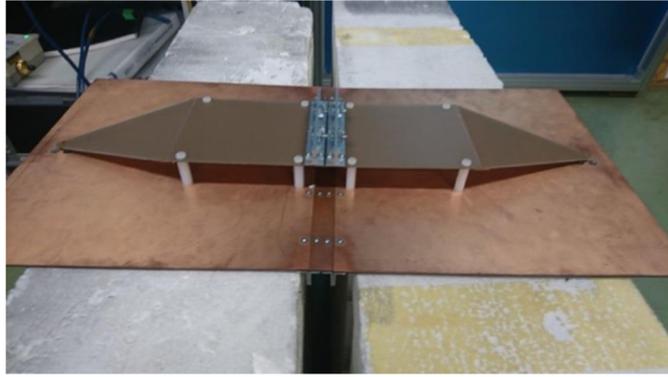


図 5.4.3 Line

図 5.4.4 に, 作成した, 提案されている構造の SRR を示す. また, 図 5.4.5 に, 過去研究による従来の構造の SRR を示す.

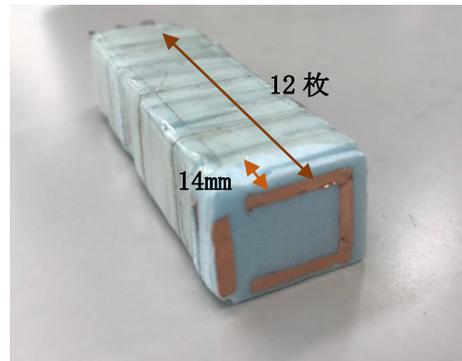
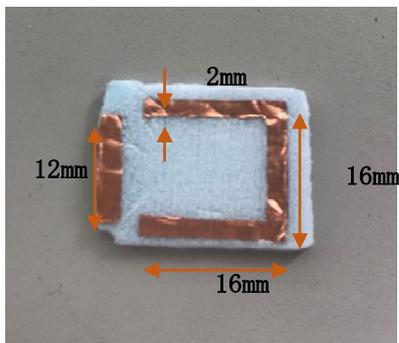


図 5.4.4 作成した SRR

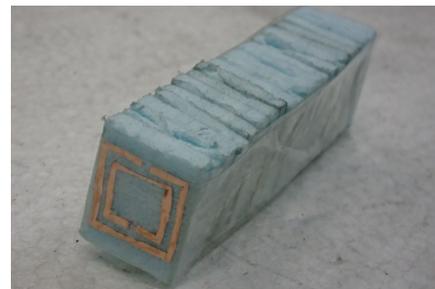


図 5.4.4 過去研究による従来の SRR

以下図 5.4.5 に, 作成した SRR と, 過去研究による従来の SRR をそれぞれ実験で測定した透磁率の実数部を, 表 5.4.1 に負の透磁率の周波数帯域と FBW 示す.

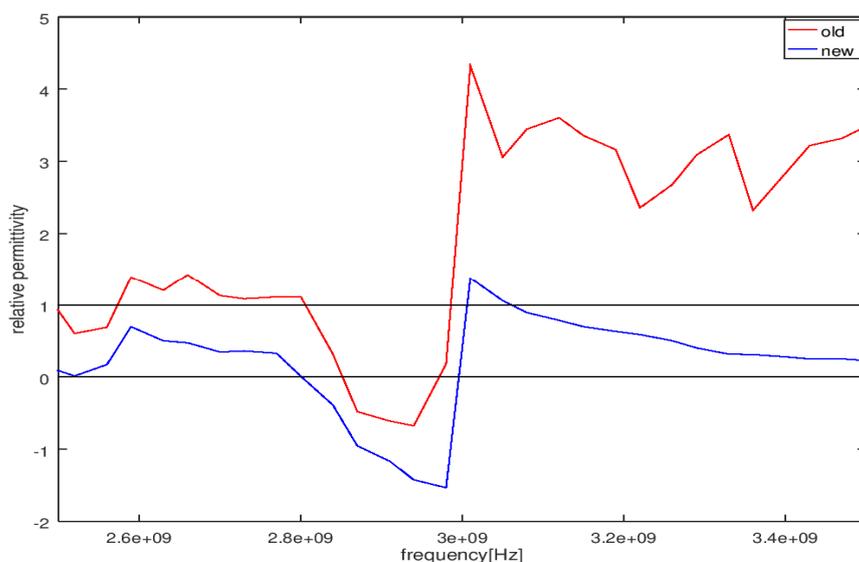


図 5.4.5 実験結果

表 5.4.1 実験による負の透磁率の周波数帯域と FBW

	負の周波数帯域 [GHz]	帯域幅[GHz]	中心周波数 [GHz]	FBW[%]
従来モデル	2.87~2.94	0.07	2.91	2.41
提案モデル	2.84~2.98	0.14	2.91	4.81

上記の実験結果から,提案モデルは負の透磁率を示す帯域幅が 0.07GHz だけ大きくなっている事が分かるが, この結果は第 4 章で示したシミュレーションの結果より狭い帯域幅となってしまった. これは,シミュレーションでは SRR を y,z 方向に無限個並べたのに対し,実験では有限個の SRR を並べた事や,手作業によるモデル作成,ノイズ等によって発生したものだと考えられる. また,比透磁率が 1 以下の帯域幅が大きくなっていることから,より実用的な構造であることが分かる.さらに,シミュレーションと実験とで,概ね同周波数帯で共振が起きていることからシミュレーションの妥当性が示せたと言える.

5 まとめ

本研究では、負の透磁率を示す磁性メタマテリアルである split ring resonator (SRR) について、より広帯域で負の透磁率を示すことを目的として、新構造の SRR の開発を行なった。

これまで提案されていた、従来の構造よりも広帯域で負の透磁率を示す構造を、FDTD 法を用いてシミュレーションし、広帯域で負の透磁率を示すことを確認した。また、簡易な測定システムを用いて実験を行い、解析結果と実験結果が概ね一致していたことを確認した。

今後は、実験で負の透磁率を示す帯域幅が解析よりも狭くなってしまったため、より高精度な実験でシミュレーション通りの透磁率を得ることに加え、この新構造の SRR に、負の誘電率を示す金属ワイヤーを組み合わせ、広帯域で負の屈折率を示すメタマテリアルの開発を行いたい。また、効率的な新構造の開発を目指して、機械学習を用いる等、新たな開発法の模索をしていきたい。

〈発表資料〉

なし

【参考文献】

- 宇野亨, “FDTD 法による電磁界解析およびアンテナ解析” コロナ社, 1998
- Special Issues on electromagnetic application of photonic bandgap structure, progress in electromagnetics, PIER 41 (2003)
- F. Capolino, ed., *Metamaterials handbook, Part I: Theory and phenomena of metamaterials, Part II: Applications of metamaterials* (CRC Press, Boca Raton, 2009)
- D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser and S. Schultz, “Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity”, *Phys. Rev. Lett.* vol. 84, no. 18, pp. 4184-4187, May 2000.
- D. Sievenpiper, L. Zhang, R. F. Brooks, N. Alexopolous, E. Yablonovitch, High-impedance electromagnetic surfaces with a forbidden frequency band, *IEEE Trans. Microw. Theory Technol.* 47, 7?17 (1995)
- T. Maruyama, T. Furuno, Y. Oda, J. Shen, T. Ohya” Capacitance Value Control for Metamaterial Reflectarray Using Multi-layer Mushroom Structure with Parasitic Patches”, *ACES Journal*, vol. 27, no. 1, pp. 28-41. Jan., 2012.
- Takehito Suzuki and Satoshi Kondoh, “Negative Refractive Index Metasurface in the 2.0-THz Band,” *Optical Materials Express*, vol. 8, no. 7, pp. 1916-1925, Jun 2018.
- W. C. Gibson, “The Method of Moments in Electromagnetics”, CRC Press, 2008.
- 宇野亨, “平面層状不均質媒質に対するダイアディックグリーン関数の簡略化と無損失 DNG スラブへの応用”, *電子情報通信学会論文誌 B* Vol. J89-B No. 9 pp. 1661-1671, 2006.
- J. L. Volakis, A. Chatterjee, L. C. Kempel, “Finite Element Method Electromagnetics: Antennas, Microwave Circuits, and Scattering Applications”, Wiley-IEEE Press, 1998.
- K. S. Yee, “Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell’s equations,” *IEEE transaction on Antennas and Propagation*, vol. 14, pp. 302-207, 1966.
- 宇野亨, 何一偉, 有馬卓司 “数値電磁界解析のための FDTD 法- 基礎と実践 -”, コロナ社, 2016
- A. Taflov, S. C. Hagness, “Computational electrodynamics the Finite-difference time-domain method 3rd ed.”, Artech House, 2005
- X. Chen, T. M. Grzegorzcyk, B.-I. Wu, J. Pacheco, and J. A. Kong, “Robust method to retrieve the constitutive effective parameters of metamaterials,” *Physical Review E*, vol. 70, p. 016608, 07/26/ 2004.
- K. S. Kunz and R. J. Luebbers, *The finite difference time domain method for electromagnetics*: CRC press, 1993.
- Toru Uno, Takuji Arima, Akihito Kurahara, FDTD modeling of nonperiodic antenna located above metasurface using surface impedance boundary condition, *EPJ Appl. Metamat.* 6, 17 (2019)
- Yujiro Kushiya, Takuji Arima, Toru uno, “Experimental verification of spoof surface plasmons in wire metamaterials”, *Optics Express*, Vol. 20, Iss. 16, pp. 18238-18247 (07/30/2012)
- J. P. Berenger, “A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic-Waves,” *Journal of Computational Physics*, vol. 114, pp. 185-200, Oct 1994.
- T. Kashiwa and I. Fukai, “A treatment by the FD-TD method of the dispersive characteristics associated with electronic polarization,” *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 3, no. 6, pp. 203-205, June 1990
- P. M. Goorjian and A. Taflov, “Direct Time Integration of Maxwells Equations in Nonlinear Dispersive Media for Propagation and Scattering of Femtosecond Electromagnetic Solitons,” *Optics Letters*, vol. 17, pp. 180-182, Feb 1 1992.
- D. F. Kelley and R. J. Luebbers, “Piecewise linear recursive convolution for dispersive media using FDTD,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, pp. 792-797, Jun 1996.
- R. Luebbers, D. Steich, and K. Kunz, “FDTD Calculation of Scattering from Frequency-Dependent Materials,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 41, pp. 1249-1257, Sep 1993.

- A. K. Shaw and K. Naishadham, "ARMA-based time-signature estimator for analyzing resonant structures by the FDTD method," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 49, pp. 327-339, Mar 2001.
- Takuji Arima, and Toru Uno, "ARMA-FDTD Analysis of Reflection Characteristics of Periodic Structures with Oblique Incidence", Proc. 2015 Vietnam-Japan International Symposium on Antennas and Propagation, pp.50-53, Ho Chi Minh Vietnam, 2015.1.8
- D.B.Kuznetsov and J.E.Schutt-Aine, "Optimal Transient Simulation of Transmission Lines," IEEE Trans. Circuits Syst., vol.43, no. 2, pp.110-121, 1996.
- 神田 芳明, 有馬 卓司, 宇野 亨, "測定データに基づく電磁界と線形回路とのFDTD結合解析", 電子情報通信学会和文論文誌B, Vol. J82-B No. 8 pp.1618-1619, 1999. 8
- M. W. Chevalier, R. J. Luebbers, and V. P. Cable, "FDTD local grid with material traverse," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 45, pp. 411-421, Mar 1997.
- T. Arima, T. Uno, Meta-surface modeling method in FDTD analysis by introducing surface impedance boundary conditions, in 2017 IEEE Int. Conf. Computational Electromag. (ICCEM) (2017), pp.261-262
- Special Issues on electromagnetic application of photonic bandgap structure, progress in electromagnetics, PIER 41 (2003)
- Xudong Chen, Tomasz M. Grzegorezyk, Bae-lan Wu, Joe Pacheco, Jr., and Jin Au Kong, "Robust method to retrieve the constitutive effective parameters of metamaterials", 2004
- Xudong Chen, Tomasz M. Grzegorezyk, Bae-lan Wu, Joe Pacheco, Jr., and Jin Au Kong, "Robust method to retrieve the constitutive effective parameters of metamaterials" , 2004