

# ランク最小化に基づく行列補間による電波伝搬シミュレーションの高速化

研究代表者

菅 宣理

東京理科大学 工学部 情報工学科

## 1 はじめに

膨大な量の IoT 端末のネットワーク接続や VR・AR のような高負荷なアプリケーションの拡大により、無線通信トラフィックは増加を続けている[1]。これらのトラフィックを収容するためには限られた資源である無線周波数をさらに効率的に利用することが重要である。増加する無線通信トラフィックを収容するため、多数の基地局を設置する取り組みが進んでいる。基地局敷設の際には基地局のカバーエリア内の各受信点で、基地局から発せられる無線信号の受信強度 (Radio Map) を事前に調査することが必要となり、これにはレイトレーシング (RT: Ray Tracing) と呼ばれる電波伝搬シミュレーションを行うことが一般的である。RT では、計算対象となる空間のモデル化 (障害物の配置や材質、送受信点の位置等の定義) と作成したモデルに基づいて光線追跡による電波伝搬計算の処理が必要となる。近年では、測量データが公開されている地域も拡がっており、モデル作成が従来よりも容易に行えるようになってきている[2]。しかし、RT では基地局から面的に配置された各受信点に至る複数の電波の経路を計算するため (図 1)、計算時間が非常に長くなり迅速な通信インフラ整備の妨げとなっている。そのため、RT の高速化を目指した研究が盛んに行われている。

RT の高速化手法としての一般的なアプローチは、電波が障害物と交差するかを判定する Intersection Test を行う数を減らすか、Intersection Test 自体を高速化することに焦点を当てている[3]。また別のアプローチとして、RT を計算する点の数を減らし計算しない点は計算した受信電力から補間により推定する手法がある。この手法は Intersection Test に焦点を当てた手法に組み込むことが可能であり、さらなる RT の高速化が期待できる。補間に基づく高速化手法として、[4]では、ある受信点に至るパスの数は波長領域内で一定であると仮定し、補間対象となる点付近の計算した受信電力値から高精度に推定するが、高速化については 3 倍程度と、削減率に限界がある。また、空間統計に基づいた Kriging[5]を適用し、ごく少数の観測点から Radio Map 全体を推定する手法も提案されている。Kriging は補間点と既知の点の間の距離に沿って滑らかな変化を仮定しているため補間点を滑らかに補間するが、障害物による電波の遮蔽により生じる NLOS (Non-Line-of-Sight) 領域と直接波が届く LOS (Line-of-Sight) 領域の境界で観測される急峻な変動 (シャドウイング) を適切に補うことができない。このようなシャドウイングによる変動を Radio Map を 1 つの画像として考えたときの「エッジ」と捉え、エッジ保存型の補間手法である TV (Total Variation) 最小化に基づく補間を Radio Map 推定に適用した手法[6]も提案されている。

電波伝搬には送信点から受信点に至る経路長の異なる複数のパスが存在するため、受信点ではそれらの波が異なる位相で合成される。これは半波長程度で激しく受信電力が変動するフェージング現象を引き起こす。上述の Kriging や TV ノルム最小化に基づく Radio Map の推定では、短いスパンの変動が抑えられる傾向があるため、フェージングによる変動の補間には適していない。そこで、本研究では欠損画像の復元問題でよく用いられる短いスパン変動を推定可能なランク最小化に基づく行列補間手法を Radio Map の推定に適用することでフェージングによる変動の推定を試みる。さらに、3 次元的な Radio Map シミュレーションの高速化のため、3 次元的な Radio Map を 3 次元テンソルとみなし、ランク最小化に基づくテンソル補間を適用することで高速化を図る手法についても検討を行った。これらの検討結果について以下に示す。

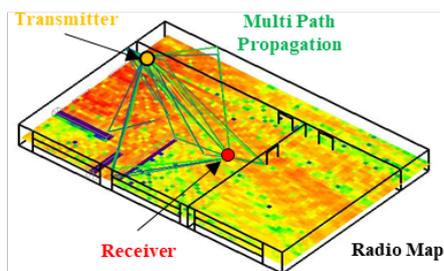


図 1 RT による Radio Map シミュレーション (屋内)。色の赤い地点では受信電力大

なお、本報告書では以下の表記を用いる。行列は大文字のボールド体、ベクトルは小文字のボールド体、 $\mathbb{R}$ は実数の集合、 $\mathbb{R}^{M \times N}$ はサイズ $M \times N$ の実数行列、 $|\mathcal{A}|$ は集合 $\mathcal{A}$ の濃度、 $(\cdot)^T$ は行列の転置、 $\text{rank}(M)$ は行列 $M$ のランクを表す。行列の $i, j$ 要素は $m_{i,j}$ 、 $\mathbf{M}_{a:b,c:d}$ は $\mathbf{M}_{a:b,c:d}$ の $a$ 行から $b$ 行、 $c$ 列から $d$ 列からなる部分行列、 $\mathbf{M}_{a,:}$ は $\mathbf{M}$ の $a$ 行、 $\mathbf{M}_{:,a}$ は $\mathbf{M}$ の $a$ 列を表す。

## 2 問題設定

本研究では、一部の受信点における受信電力を RT により計算し、残りの受信点を補間により推定することで RT の高速化を実現することを考える。RT の対象となるエリアは矩形領域とし、各受信点における受信電力からなる行列を $R \in \mathbb{R}^{N_R \times N_C}$ と表記する。ここで、 $R$ の $(i, j)$ 番目の要素は $r_{i,j}$ であり、地点 $(i, j)$ における受信電力を表す。RT で計算するインデックス $(i, j)$ の集合を $\Omega$ とし、補間対象となる地点の集合を $\Omega_C$ とする（図2）。また、障害物座標（RT による計算および補間を行わない座標）の集合を $\Omega_B$ とする。欠損率を $\rho = \frac{|\Omega_C|}{|\Omega + \Omega_C|}$ と定義する。一般的に、RT は補間比べて非常に大きな計算時間を要するため、提案するアプローチの計算時間は、RT のみの場合よりも $\frac{1}{(1-\rho)}$ 倍程度の高速化が見込まれる。そこで、本研究では以下の問題を考える。

$$\begin{aligned} & \underset{R}{\text{Minimize}} && f(R) \\ & \text{subject to} && r_{i,j} = r_{i,j}^* \text{ for } (i, j) \in \Omega, \end{aligned} \quad (1)$$

ただし、 $f(R)$ は行列 $R$ について、受信電力の変動特性を推定結果に反映するためのコスト関数であり、 $r_{i,j}^*$ は RT で計算した受信電力を表す。

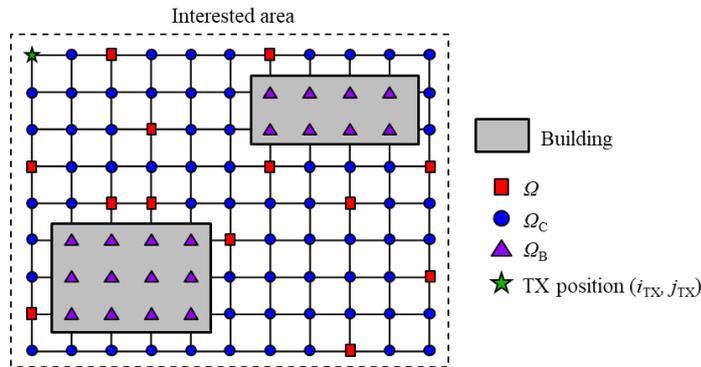


図 2  $\Omega$  : RT を実行する地点、 $\Omega_C$  : 推定する地点、 $\Omega_B$  : RT および推定を行わない地点

## 3 局所的な低ランク性に基づく補間

### 3-1 提案アルゴリズム

上述の (1) は一般的な欠損画像の復元問題と等価であり、本研究では文献[7]で提案された局所領域の類似性に基づく補間手法を適用する。文献[7]では、補間対象となる行列のある $p_1 \times p_2$ のサブブロック $S_{i,j}^{(p_1,p_2)}(R) = R_{i:i+p_1-1,j:j+p_2-1}$ において、以下のランク最小化問題を解くことで行列補間を行う。

$$\begin{aligned}
& \underset{R}{\text{Minimize}} && \text{rank} \left( \mathcal{H}^{(q_1, q_2)}(S_{i,j}^{(p_1, p_2)}(R)) \right) \\
& \text{subject to} && r_{i,j} = r_{i,j}^* \text{ for } (i, j) \in \Omega,
\end{aligned} \tag{2}$$

ただし、 $p_1, p_2, q_1, q_2$ は $q_1 < p_1 \leq N_R, q_2 < p_2 \leq N_C$ を満たす正の整数とする。また、 $\mathcal{H}^{(q_1, q_2)}$ はブロックハンケル行列を生成する線形作用素を示し、任意の $R \in \mathbb{R}^{N_1 \times N_2}$ に対して以下のように定義される。

$$\mathcal{H}^{(q_1, q_2)}(R) = \begin{bmatrix} \mathcal{H}^{(q_1)}(R_{:,1}) & \mathcal{H}^{(q_1)}(R_{:,2}) & \cdots & \mathcal{H}^{(q_1)}(R_{:,N_2-q_2+1}) \\ \mathcal{H}^{(q_1)}(R_{:,2}) & \mathcal{H}^{(q_1)}(R_{:,3}) & \cdots & \mathcal{H}^{(q_1)}(R_{:,N_2-q_2+2}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{H}^{(q_1)}(R_{:,q_2}) & \mathcal{H}^{(q_1)}(R_{:,q_2+1}) & \cdots & \mathcal{H}^{(q_1)}(R_{:,N_2}) \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{H}^{(q_1)}(R_{:,j}) = \begin{bmatrix} r_{1,j} & r_{2,j} & \cdots & r_{N_1-q_1+1,j} \\ r_{2,j} & r_{3,j} & \cdots & r_{N_1-q_1+2,j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{q_1,j} & r_{q_1+1,j} & \cdots & r_{N_1,j} \end{bmatrix}.$$

$\mathcal{H}^{(q_1, q_2)}(R)$ の各列ベクトルは、行列のある小領域(パッチサイズ： $q_1 \times q_2$ )の値をベクトル化したものに等しい。そのため、上記のランク最小化問題は、行列中のサブブロック $S_{i,j}^{(p_1, p_2)}(R)$ における各パッチが低次元線形空間に属するという仮定に基づいている。上記問題に基づき、行列中全てのサブブロックに関するブロックハンケル行列のランク総和を最小化する以下の問題を定式化する。

$$\begin{aligned}
& \underset{R}{\text{Minimize}} && \sum_{(i,j) \in \mathcal{J}} \text{rank} \left( \mathcal{H}^{(q_1, q_2)}(S_{i,j}^{(p_1, p_2)}(R)) \right) \\
& \text{subject to} && r_{i,j} = r_{i,j}^* \text{ for } (i, j) \in \Omega,
\end{aligned} \tag{3}$$

ただし、 $\mathcal{J}$ は各サブブロックの開始添字 (Radio Map 中の左上に相当) の集合を示す。

上述のランク最小化問題を、Truncated Nuclear Norm を用いた以下の緩和問題として再定式化する。

$$\begin{aligned}
& \underset{R, Z_{i,j}}{\text{Minimize}} && \sum_{(i,j) \in \mathcal{J}} f_{i,j}(R, Z_{i,j}) \\
& \text{subject to} && r_{i,j} = r_{i,j}^* \text{ for } (i, j) \in \Omega,
\end{aligned} \tag{4}$$

$$f_{i,j}(R, Z_{i,j}) = \|Z_{i,j} - \mathcal{H}^{(q_1, q_2)}(S_{i,j}^{(p_1, p_2)}(R))\|_F^2 + \lambda \|Z_{i,j}\|_{*,k}. \tag{5}$$

ただし、 $\lambda > 0$ はイタレーション毎に更新される緩和係数を示し、 $Z_{i,j} \in \mathbb{R}^{q_1 q_2 \times (p_1 - q_1 + 1)(p_2 - q_2 + 1)}$ は変数行列、 $\|\cdot\|_{*,k}$ は行列の Truncated Nuclear Norm を示し、行列の特異値 (降順) に関して第 $k+1$ 番目以降の特異値の総和を表す。Truncated Nuclear Norm の最小化問題に対し、文献[8]は IPMS (Iterative Partial Matrix Shrinkage) と呼ばれる逐次的解法を提案している。同手法では未知の $k$ を推定するために、逐次的に得られる行列の特異値から $k$ を推定している (詳細は文献[8]を参照)。本研究では同手法に基づく画像修復アルゴリズムを Algorithm 1 に示す。ただし、 $(\cdot)_+$ はランプ関数を示す。また、Algorithm 1 における各種パラメータは、 $\eta_\alpha \geq 1, 0 < \alpha^{(0)} \leq \eta_\alpha, 0 < \gamma \leq 1$ を満たすものを用いる。特に、 $\gamma = 1$ の場合、Algorithm 1 の第 9 行目における $\sigma_{k+1:q_1 q_2}$ は常に零ベクトルとなる。これは、各ブロックハンケル行列の第 $k+1$ 番目以降の特異値を 0 に近似しようとする働きを意味する。

---

**Algorithm 1** Block Hankel rank minimization

---

**Require:**  $\mathbf{R}^{(0)}, \Omega, p_1, p_2, q_1, q_2, \mathcal{I}, \gamma, \alpha^{(0)}, \eta_\alpha, t_{\max}$ 

```
1:  $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{R}^{(0)}$ 
2:  $\alpha \leftarrow \alpha^{(0)}$ 
3: for  $t = 1$  to  $t_{\max}$  do
4:    $\alpha \leftarrow \alpha / \eta_\alpha$ 
5:   for  $(i, j)$  in  $\mathcal{I}$  do
6:      $[\mathbf{U}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{V}] \leftarrow \text{svd} \left( \mathcal{H}^{(q_1, q_2)} \left( \mathbf{S}_{i,j}^{(p_1, p_2)}(\mathbf{R}) \right) \right)$ 
7:      $k \leftarrow \underset{\alpha \sigma_1 \leq \sigma_k}{\text{argmax}} \hat{k}$ 
8:      $\lambda \leftarrow \gamma \sigma_k$ 
9:      $\boldsymbol{\sigma}_{k+1:q_1 q_2} \leftarrow [(\sigma_{k+1} - \lambda)_+, \dots, (\sigma_{q_1 q_2} - \lambda)_+]$ 
10:     $\mathbf{Z}_{i,j} \leftarrow \mathbf{U} \text{diag}(\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{V}^T$ 
11:   end for
12:    $\mathbf{R} \leftarrow \underset{\text{s.t. } r_{i,j} = r_{i,j}^{(0)} \text{ for } (i,j) \in \Omega}{\text{argmin}} \sum_{(i,j) \in \mathcal{I}} f_{i,j}(\mathbf{R}, \mathbf{Z}_{i,j})$ 
13: end for
Ensure:  $\mathbf{R}$ 
```

---

### 3-2 シミュレーション評価

提案手法の評価のため市販の電波伝搬計算ソフトウェア RapLab[10]を使用し、スモールセル環境を想定した Radio Map のシミュレーションを行った。RT では  $100 \text{ m} \times 100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$  の領域をモデル化し、エリア内に 11 棟のコンクリート製のビルが存在するものとした (図 3)。想定する周波数は 813 MHz とし、最も高いビル (高さ 50 m) の屋上に、ダイポールアンテナを具備する送信機が設置されているものとした。受信点は高さ 1.5 m の  $100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$  領域に等間隔に設置されているものとした。フェージング変動のシミュレーションを行う場合、フェージング変動は半波長程度で起こることから、それ以下の間隔で受信点 (計算点) を設置する必要がある。本評価では、周波数を 813 MHz としてシミュレーションを行うため、波長は約 37cm となり、受信点の設置間隔を半波長以下の 10cm と設定した。したがって、 $N_R = N_C = 1,000$  である。また、本環境では  $|\Omega_B|$  は 595,435、 $|\Omega + \Omega_C|$  は 404,565 である。RT では、最大反射回数を 2 回、回折回数を 1 回とし、計算を行った。シミュレーションでは CPU Intel Core i9 3.30 GHz、メモリ 64 GB の計算機を使用した。

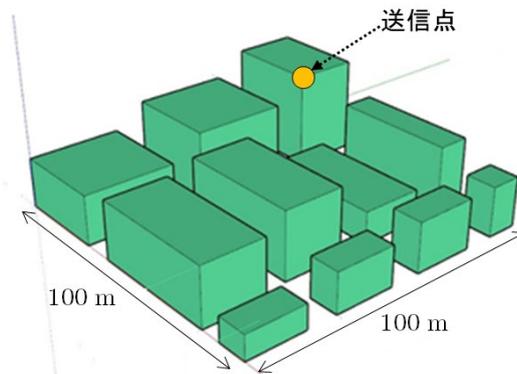


図 3 想定する 3D モデル

Algorithm1において、各種パラメータは $p_1, p_2 = 50, q_1, q_2 = 4, t_{\max} = 20, \gamma = 1.0, \alpha^0 = 10^{-1}, \eta_\alpha = 10^{5/t_{\max}}$ とし、 $J$ は $J = \{1, p_1/2 + 1, 2p_1/2 + 1, 3p_1/2 + 1, \dots\} \times \{1, p_2/2 + 1, 2p_2/2 + 1, 3p_2/2 + 1, \dots\}$ として Radio Map 中の各サブブロックをハーフオーバーラップするように添字集合を設定した。また、 $R^{(0)}$ は $(i, j) \in \Omega_c$ を $r_{i,j}$ 、 $(i, j) \in \Omega$ の平均値で埋めたものを初期値とする。RTで計算する受信点は欠損率に基づいてランダムに決定する。

全ての受信点を RT により計算した Radio Map、欠損率 0.8 の場合のランダムに選択された RT を実施する受信点、TV ノルム最小化および提案手法により推定した Radio Map を図 4 に示す。TV ノルム最小化・提案手法ともに、ビルの影となり受信電力が低下する領域においても精度良く推定ができています。TV ノルム最小化では、複数の異なる位相の波の合成の結果として現れる短いスパンのフェージング変動に対して平坦な推定を行っているが、提案手法ではこれに対しても比較的高精度に推定できていることが確認できる（例えば中央付近）。全ての受信点を RT により計算する際に要した時間は 19,250 秒であった。一方で、提案手法は 25 秒程度の実行時間となった。そのため、提案手法は RT に要する計算時間の 0.1%程度とほぼ無視できる値のため、欠損率 0.8 の場合では $\frac{1}{(1-\rho)} = 5$ 倍の高速化が実現できている。

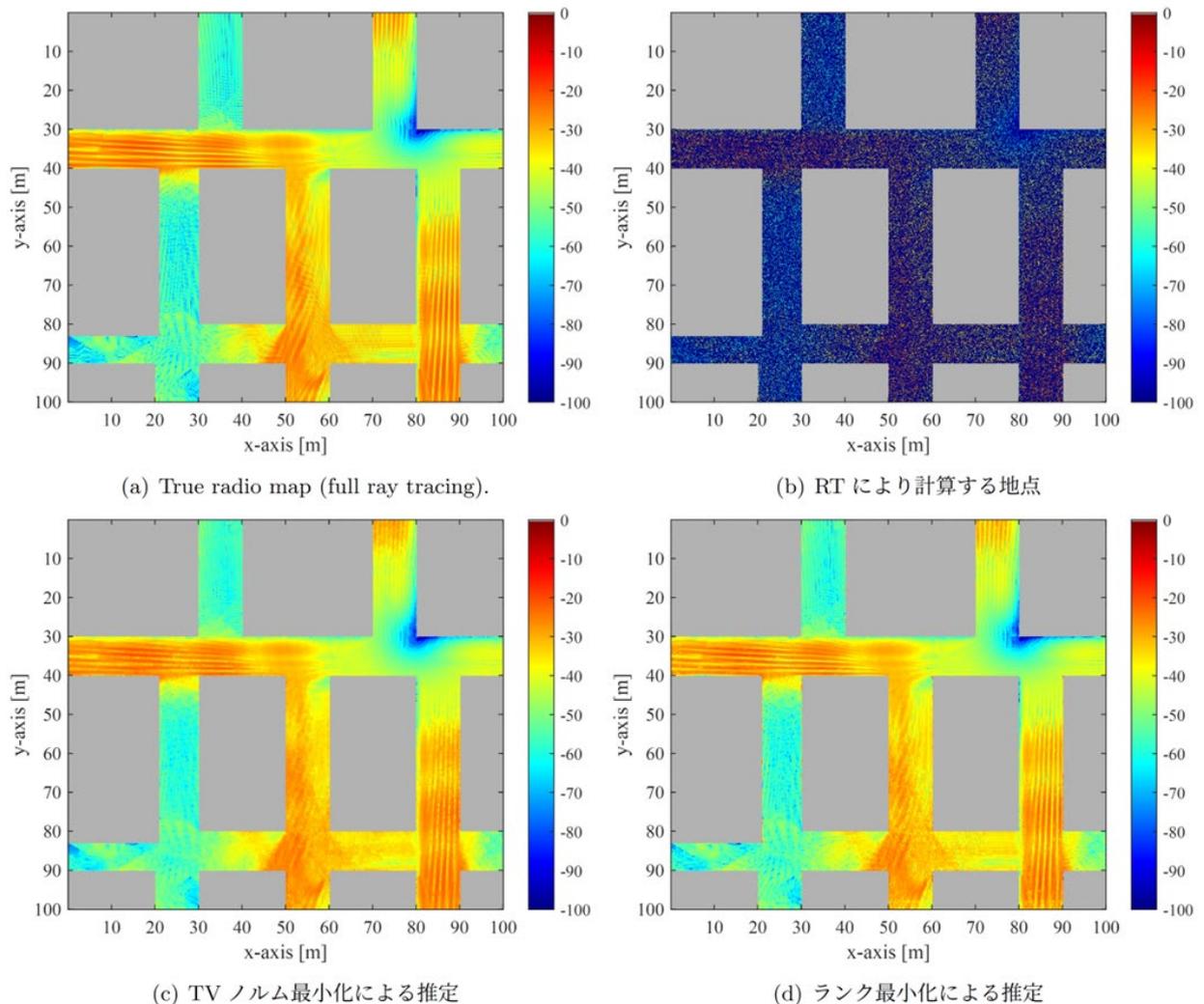


図 4 Radio Map の推定例

次に、提案手法との比較評価のため、修正 Akima 補間[11], Kriging[5], TV ノルム最小化による Radio Map

補間[6]の結果も併せて示す。補間精度は平均絶対誤差 $MAE = \frac{1}{|\Omega_C|} \sum_{(i,j) \in \Omega_C} |\hat{p}_{i,j} - r_{i,j}|$ で算出する。ここで、 $\hat{p}_{i,j}$ は補間手法により推定された受信電力値である。欠損率が0.2から0.95まで変化させたときの各補間手法のMAE特性を図5に示す。欠損率が0.2から0.8までの領域で提案手法が最も良い推定精度を示していることが確認できる。これは提案手法では短いスパンで生じるフェージング変動を適切に推定できるためである。

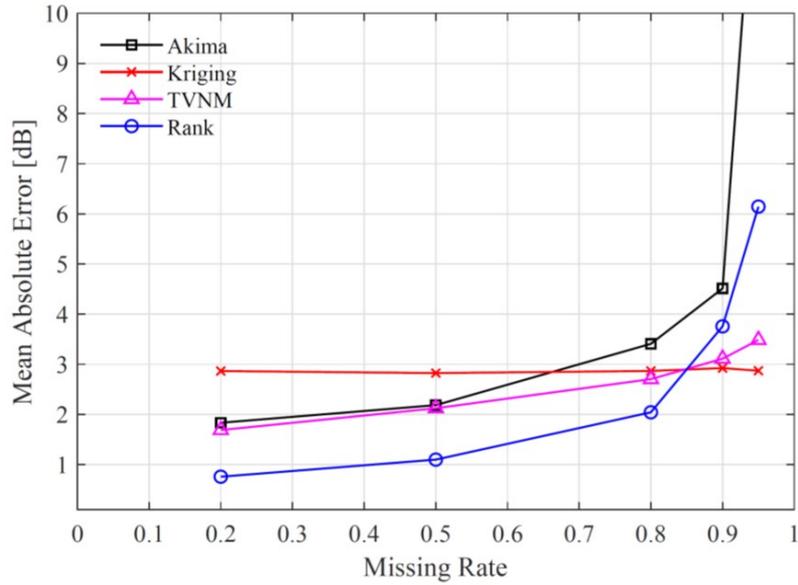


図 5 既存手法との比較評価 (MAE vs.  $\rho$ )

この様子をよりわかりやすく示すため、図6に $\rho = 0.5, 0.8, 0.9$ の場合にy座標が85mでx座標が70mから90mの直線領域の受信電力変動とTVノルム最小化および提案手法による補間結果を示す。TVノルム最小化では、Radio Mapの各行・各列のTVノルムが最小となるように補間を実行するため、補間対象となる点が連続し、その区間において振動するような変動が生じるフェージングに対して適切に補間できないが、提案手法では $\rho = 0.8$ においても、TVノルム最小化と比較して瞬時的な変動を捉えることができていることが確認できる。一方で図5では、欠損率 $\rho = 0.9, 0.95$ の場合には、提案手法はTVノルム最小化やKrigingと比較して推定精度が悪い。提案手法では、瞬時的なフェージング変動を捉えようとするため、短いスパンで激しく振動するような補間をする傾向がある。そのため、既知点の間隔が大きくなり、本来のフェージング変動とは異なる変動の激しい補間となるため、KrigingやTVノルム最小化のような変動を抑えるような補間と比べ、大きな推定誤差が生じたものと考えられる。

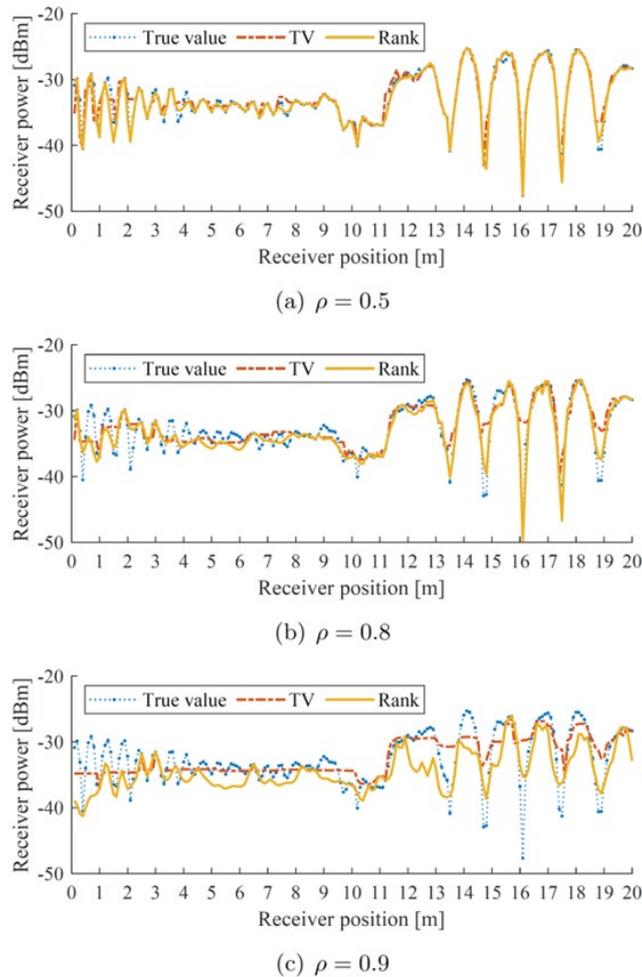


図 6 y 座標 85 m, x 座標 70 m から 90 m の直線領域における受信電力変動と推定系列

#### 4 テンソル補間による 3 次元 Radio Map 推定

本節では、3次元の Radio Map をフェージング変動も含めて適切に補間するため、Radio Map を3次元のテンソルをみなしてテンソル補間手法を適用することでこれを実現するための検討について説明する。ドローンの経路設計等の3次元の Radio Map が必要となる場面がある。前節の Radio Map 推定の検討では、面的な Radio Map を考えてきたが、3次元の Radio Map が補間対象となる場合、2次元行列の補間に基づく手法では、高さ方向の寄与が利用できないため、推定精度に限界があると考えられる。そこで、高さ方向の寄与を考慮できるテンソル補間手法を適用することでより高精度な推定を実現するための検討を行った。また、既存の TVNM 法は TV (Total Variation) ノルムを最小化するように補間するため、シャドーイングなどの不連続な変動を正確に推定することができるが、フェージングなどの連続的な変動を正確に補間することはできない。これらの問題を解決するため、TV ノルムの代わりに二次変動 (QV) を最小化し、滑らかな補間を実現する SPC (Smooth PARAFAC Tensor Completion) [12]の適用を提案した。SPC 法では、PARAFAC 分解によりテンソルを構成するいくつかの基底ベクトルに分解することができ、かつ平滑化の制約によりフェージングの補間が可能になる。平滑化の制約として、テンソルの TV ノルムおよび QV ノルムそれぞれを最小化する2つの手法を評価した。SPC アルゴリズムの詳細については[12]を参照されたい。

以下、評価結果について説明する。本論文では、屋内環境を想定して電波伝搬ソフトウェアを用いてレイトレーシングによるシミュレーションを行った。計算する領域は屋内とし、コンクリートとガラスに囲まれている 10m×6m×3m の屋内の中に 1.2m×0.7m×0.72m の鋼の机が 10 個、1m×0.35m×1.77m の木製の棚が 8

個壁際に設置されているモデルを設定した。そして設置されている棚の一つの上に送信点を設置した。送信アンテナは Dipole を想定し、送信周波数は 2.4 GHz に設定した。屋内モデル内の 4m×4m×3m の中に 5 cm 間隔で受信点を設置、すべてアンテナは Dipole で設定した。総受信点の数は 400,221 個である。SPC と TVNM に対し、欠損率を変えて平均絶対誤差を比較した結果を図 7 に示す。SPC による補間は、平滑化の制約として 2 種類の TV ノルムあるいは QV ノルムの最小化を行っており、以下ではそれぞれを SPC-TV と SPC-QV と表記している。SPC-TV・SPC-QV とともに TVNM を用いた補間よりも高い推定精度を示している。これは、TVNM が縦・横のみの面的な情報のみを用いるため、高さ方向に近い位置にある受信点の影響を考慮できないためである。また、SPC における平滑化制約の選択では TV よりも QV のほうが優れていることが確認できる。これは TV のような不連続的な補間を行うよりも、QV のような滑らかな補間を行う方がフェーディングのような連続的な変動に対して適するためと考えられる。SPC-QV は 10% から 70% の欠損率では MAE の値は TVNM よりも約 1dB の精度向上が見られた。また、80% から 90% の欠損率でも約 0.6dBm の精度向上が見られた。

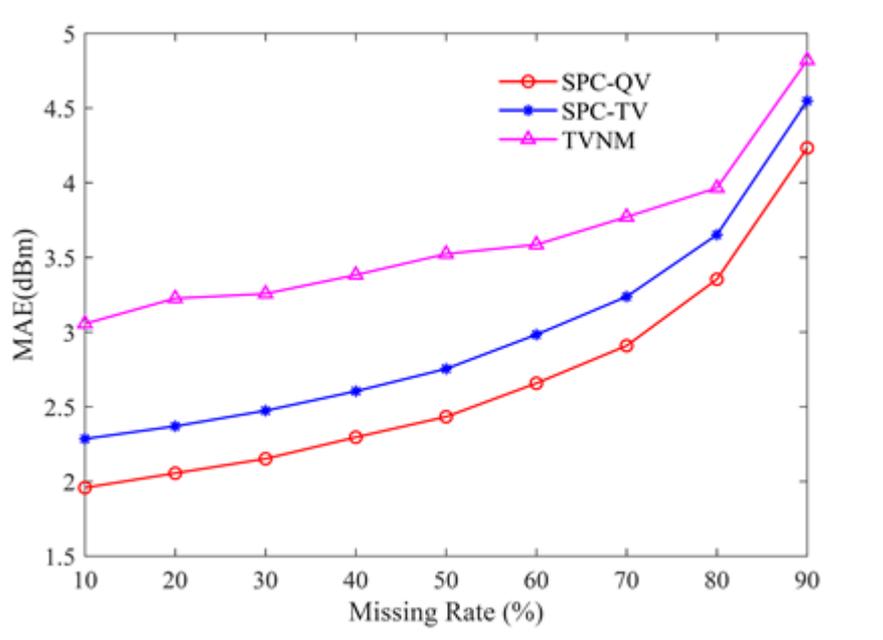


図 7 SPC-TV, SPC-QV, および TVNM による補間の推定精度比較

次に、レイトレーシングのシミュレーション時間と補間に要した時間を表 1 に示す。SPC-TV, SPC-QV に要した時間は TVNM に要した時間より長い時間を要したが、レイトレーシングのシミュレーション時間と比べてそれぞれの補間に要した時間は少ない。また、シミュレーション時間および補間に要した時間の合計時間では、欠損率 0% の時間と比べて欠損率 90% の時間は 1/10 程度となった。これらの結果から、欠損率 90% の場合、4dB 程度の誤差で約 10 倍の高速化が可能となることが確認された。

表 1 計算時間の比較

Missing rate (%)	Ray tracing (s)	Interpolation (s)		Total (s)	
		TVNM	SPC-QV	TVNM	SPC-QV
0	495,495	0	0	495,495	495,495
10	445,946	17	1,294	445,963	447,239
50	247,748	17	1,913	247,765	249,660
80	99,099	17	1,853	99,116	100,951
90	49,550	16	1,738	49,566	51,288

## 5 おわりに

本研究では、RTによるRadio Mapシミュレーションの高精度な高速化のため、ランク最小化に基づく行列補間手法をRadio Mapの推定に適用し、既存手法との比較評価を行った。市販のRTソフトウェアにより、スモールセル環境を想定したRadio Mapシミュレーションを行い、欠損率が0.2から0.8の領域において提案手法が最も優れたMAE特性を示し、2 dB程度の誤差を許容すれば、5倍の高速化が可能であることを確認した。また、既存手法では推定が困難であるフェージング変動を比較的高精度に推定できることを確認した。さらに、3次元Radio Mapシミュレーションの高速化のため、テンソル補間の一種であるSPC法を適用し、その補完精度を評価した。その結果、4 dB程度の誤差で10倍の高速化が実現できることを確認した。

### 【参考文献】

- [1] Cisco, Cisco Annu. Internet Rep. (2018-2023) White Paper, Mar. 2020.
- [2] 一般社団法人社会基盤情報流通推進協議会, G空間情報センター, [https://www.geospatial.jp/gp\\_front/](https://www.geospatial.jp/gp_front/), 参照2021年7月19日.
- [3] S. Hussain, “Efficient Ray-Tracing Algorithms for Radio Wave Propagation in Urban Environments,” Doctor Thesis, 2017.
- [4] G. Tiberi, et al., “Analysis of Realistic Ultrawideband Indoor Communication Channels by Using an Efficient Ray-Tracing Based Method,” in IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 57, no. 3, pp. 777–785, Mar. 2009.
- [5] G. Boccolini, et al., “Wireless sensor network for Spectrum Cartography based on Kriging interpolation,” Proc. Int. Symp. on Personal, Indoor and Mobile Radio Commun. (PIMRC), Sydney, Australia, Sep. 2012.
- [6] N. Suga, R. Sasaki, M. Osawa and T. Furukawa, “Ray Tracing Acceleration Using Total Variation Norm Minimization for Radio Map Simulation,” in IEEE Wireless Communications Letters, vol. 10, no. 3, pp. 522–526, Mar. 2021.
- [7] K. H. Jin and J. C. Ye, “Annihilating filter-based low-rank Hankel matrix approach for image inpainting,” IEEE Trans. Image Process., vol. 24, no. 11, pp. 3498-3511, 2015.
- [8] K. Konishi, K. Uruma, T. Takahashi, and T. Furukawa, “Iterative partial matrix shrinkage algorithm for matrix rank minimization,” Signal Process., vol. 100, pp. 124-131, 2014.
- [9] S. Hussain et al., “An image visibility based pre-processing method for fast ray tracing in urban environments,” Proc. European Conf. on Antennas and Propagation (EuCAP), Davos, Switzerland, Apr. 2016.
- [10] RapLab, Radio Wave Propagation Analysis Tool, <https://www.kke.co.jp/en/solution/theme/raplab.html>.
- [11] H. Akima, “A method of bivariate interpolation and smooth surface fitting based on local procedures,” Commun. of the ACM, vol. 17, no. 1, pp. 18–20, Jan. 1974.
- [12] T. Yokota, Q. Zhao, and A. Cichocki, “Smooth PARAFAC decomposition for tensor completion,” IEEE Trans. Signal Process., vol. 64, no. 20, pp. 5423–5436, Oct. 2016.

### 〈発表資料〉

題名	掲載誌・学会名等	発表年月
Accelerating Ray Tracing Simulation using Tensor Completion for 3D Radio Map	IEICE Communications Express	2021年 3月
ランク最小化に基づく電波マップシミュレーションの高速化	電子情報通信学会 第34回回路とシステムワークショップ	2021年 8月
Ray Tracing Acceleration using Rank Minimization for Radio Map Simulation	IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences	2022年 2月