

# 5G 通信機器など複雑構造系の大規模解析を可能とする電磁界解析アルゴリズムの検討

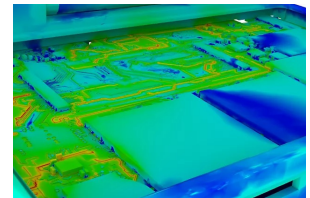
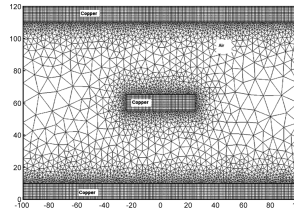
宮崎大学

工学部・教授

武居周

## 1 研究調査の目的

本提案の元となる研究成果の1つである有限要素解析による高周波電磁界解析が可能なオープンソースソフトウェア:ADVENTURE\_FullWave に対して、5G 通信機器設計に向けて必須となる「計算の安定化・高速化」に向けて、項目 a) 反復法の安定化による反復回数の1割～5割以上程度の削減、項目 b) 反復法の高速化に向けた部分領域ソルバの改良、の2項目を研究開発の目標とし更なる高性能化を行うことで、10億要素以上の大規模プリント回路基板-空気結合数値モデルの直接的取扱いを可能とし解析ができるようにすることを研究目的とする。これら3つの研究項目によりソフトウェアを更に強化することで、5G 通信で用いる6GHz～ミリ波高周波領域において、通信機器のプリント回路基板(PCB・図1)と空気領域を結合したモデルにより、十分な近似となる波長を1/20分割した場合に想定される必要要素数である数10億要素の数値モデルの解析が可能となることを到達目標とする。図1は本到達目標により、高周波電磁界解析の5G 通信機器設計への適用が可能となり、それを通して提案手法が社会実装に至る。



(a) PCB、空気、周辺構造物の複合材料

(b) PCBの電磁界解析例

(Ansys HFSS Homepage より引用)

図1 PCBのメッシュ分割とMHz領域の電磁界解析例

## 2 基礎方程式

### 2-1 ADVENTURE\_FullWave

#### (1) 基礎方程式

解析領域 $\Omega$ を考え、その境界を $\partial\Omega$ とする。変位電流を含むマクスウェルの方程式から、単一の角周波数 $\omega$ [rad/s]の電磁場を記述するベクトル波動方程式を導く。電場を未知数とするベクトル波動方程式は、以下の式(1a), (1b)で示す[1][2]。

$$\text{rot}(\frac{1}{\mu}\text{rot}\mathbf{E}) - \omega^2\epsilon\mathbf{E} = \mathbf{j}\omega \quad \text{in } \Omega \quad (1a)$$

$$\mathbf{E} \times \mathbf{n} = \mathbf{0} \quad \text{on } \partial\Omega \quad (1b)$$

ここで、 $\mathbf{E}$ は電場[V/m]、 $\mathbf{J}$ は電流密度[A/m<sup>2</sup>]であり、 $j$ は虚数単位である。透磁率は、 $\mu = \mu_0\mu_r$ [H/m]で与えられる。 $\mu_0$ は真空の透磁率[H/m]、 $\mu_r$ は比透磁率である。誘電率は、複素誘電率 $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r - \sigma/j\omega$ [F/m]により与えられる。 $\epsilon_0$ は真空の誘電率[F/m]、 $\epsilon_r$ は比誘電率、 $\omega$ は角周波数[rad/s]、 $\sigma$ は導電率[S/m]である。本手法では、E法[5][6]に基づく高周波電磁場解析を考える。次式が有限要素式である。

$$\iiint_{\Omega} (\frac{1}{\mu})\text{rot}\mathbf{E}_h \cdot \text{rot}\mathbf{E}_h^* dv - \omega^2 \iiint_{\Omega} \epsilon\mathbf{E}_h \cdot \mathbf{E}_h^* dv = j\omega \iiint_{\Omega} \mathbf{J}_h \cdot \mathbf{E}_h^* dv \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{E}_h$ と $\mathbf{J}_h$ はそれぞれ $\mathbf{E}$ と $\mathbf{J}$ の有限要素近似である。本式を、領域全体に渡り足し合わせることで組み立てられる解くべき線形方程式(3)の係数行列 $K$ は、複素対称行列となる。

$$Ku = f \quad (3)$$

#### (2) 並列化手法

並列有限要素法において最も有効な解法の1つであるとされる領域分割法では、解析領域全体をいくつかの部分領域に分割し、各部分領域境界上のつり合いをとるインターフェース問題を解く反復計算において各部分領域に関する有限要素計算を反復ごとに実行し、部分領域境界のつり合いが取れた時点で領域全体の解を得る。

領域 $\Omega$ を、領域間境界に重なりがないよう $N$ 個の部分領域 $\Omega^{(i)}$  ( $i = 1, \dots, N$ )に分割する。

$$\Omega = \bigcup_{i=1}^N \Omega^{(i)} \quad (4)$$

添え字の $(i)$ は部分領域番号である。以後、 $(i)$ は $\Omega^{(i)}$ に関するデータであることを表す。部分領域内部自由度 $u_I^{(i)}$ と領域間境界上の自由度 $u_B$ に行列式を分割し並び替えると式(5)の形になる。

$$\begin{bmatrix} K_{II}^{(1)} & 0 & 0 & K_{IB}^{(1)} R_B^{(1)T} \\ 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ & & K_{II}^{(N)} & K_{IB}^{(N)} R_B^{(N)T} \\ R_B^{(1)} K_{IB}^{(1)T} & \cdots & R_B^{(N)} K_{IB}^{(N)T} & \sum_{i=1}^N R_B^{(i)} K_{BB}^{(i)} R_B^{(i)T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_I^{(1)} \\ \vdots \\ u_I^{(N)} \\ u_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_I^{(1)} \\ \vdots \\ f_I^{(N)} \\ f_B \end{bmatrix} \quad (5)$$

さらに式(5)より、 $u_I^{(i)}$ に関する線形方程式(6)と、 $u_B$ に関する線形方程式(7)を得る。

$$K_{II}^{(i)} u_I^{(i)} = f_I^{(i)} - K_{IB}^{(i)} u_B \quad (i = 1, \dots, N) \quad (6)$$

$$\left\{ \sum_{i=1}^N R_B^{(i)} \left\{ K_{BB}^{(i)} - K_{IB}^{(i)T} (K_{II}^{(i)})^{-1} K_{IB}^{(i)} \right\} R_B^{(i)T} \right\} u_B = \sum_{i=1}^N R_B^{(i)} \left\{ f_B^{(i)} - K_{IB}^{(i)T} (K_{II}^{(i)})^{-1} f_I^{(i)} \right\} \quad (7)$$

ここで、 $R_B^{(i)T}$ は $u_B$ を部分領域 $\Omega^{(i)}$ の内部境界上自由度である $u_B^{(i)}$ へ制限する 0-1 行列である。また、 $f_B^{(i)}$

は $u_B$ の右辺ベクトル、 $(K_{II}^{(i)})^{-1}$ は $K_{II}^{(i)}$ の逆行列である。全体自由度 $u$ を $u_I^{(i)}$ と境界上自由度 $u_B$ とに分け、内部自由度に関する有限要素方程式(6)と、静的縮約により内部自由度を消去した内部境界上自由度のみからなるつり合い方程式(7)を得る。式(7)はインターフェース問題と呼ばれ、領域分割法において領域間の連続性を満たすための式である。

最後に、式(7)を簡単のため式(8)のように書き換える。

$$S u_B = g \quad (8)$$

ただし、

$$S = \sum_{i=1}^N R_B^{(i)} S^{(i)} R_B^{(i)T} \quad (9)$$

$$S^{(i)} = K_{BB}^{(i)} - K_{IB}^{(i)T} (K_{II}^{(i)})^{-1} K_{IB}^{(i)} \quad (10)$$

である。 $S$ はシュアコンプリメント行列、 $S^{(i)}$ は部分領域 $\Omega^{(i)}$ におけるローカルシュアコンプリメント行列である。また、 $g$ は式(7)の右辺ベクトルである。

インターフェース問題を解く方法とし COCG 法などの反復法を用いる領域分割法を反復型領域分割法 (IDDM) と呼ぶ。

## 2-2 ADVENUTER\_FullWave の安定化

本研究においては、大規模解析における数値計算の精度向上と収束性の改善を目指し、多倍長精度演算の導入準備を実施した。具体的には、GNU MPFR および MPC ライブラリを導入し、多倍長の実数および複素数演算環境を構築した。これにより、任意の精度設定が可能な高精度演算をソフトウェア上で実現した。

また、多倍長精度環境に対応した線形代数計算の基盤開発を行い、共役勾配法 (COCG 法) における内積計算、行列・ベクトル積、ベクトルノルムの算出など主要な計算処理を多倍長精度で実装・検証した。図 2 の通り、多倍長精度導入により、通常の倍精度演算と比較して計算精度の向上による収束性改善が確認できた一方で、演算速度の低下も把握し、今後の高速化方策の検討課題を整理した。

今後は、多倍長精度演算の導入による安定化効果を評価しつつ、必要な計算性能の確保に向けた最適化を進める予定である。

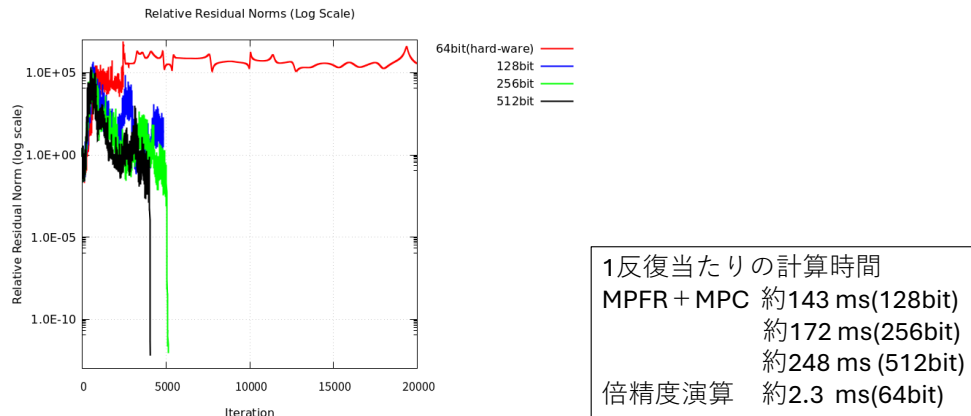


図2 多倍長精度導入による収束性改善と計算時間の増加

## 2-2 ADVENUTER\_FullWave の高速化

部分領域ソルバの PARDISO への置換を実施したのち、図3に示すダイポールアンテナモデルを用いて、部分領域サイズを変えたいくつかのパターンで解析を行い、反復回数、計算時間、メモリ使用量の観点で比較検討を行った。ダイポールアンテナモデルは、一対のアンテナとそれを覆う空気領域で構成され、空気領域の外側に Berenger の PML 吸収境界条件を付与した疑似的な開放空間モデルとなっている。PML (Perfectly matched layer: 完全整合層) とは、入射した電磁波を反射させずに減衰させることで開放領域を再現する吸収境界条件の1つである。解析領域外側に PML[3]を数層積層し、外側の層になるにつれ導電率を徐々に大きな値に設定することで、電磁波を反射させずに最外壁を完全導体壁で囲むことができる。図4に PML 吸収境界の模式図を示す。本解析では各面に8層の PML を付与した。解析周波数は 1.00 [GHz]、電流源としてアンテナに強制電流密度 0.08 [A/m<sup>2</sup>]を与える。要素数は 30,748,424、自由度数は 36,217,366、収束判定値 $\kappa$ は  $1.0 \times 10^{-7}$ とした。物性値を表1に示す。

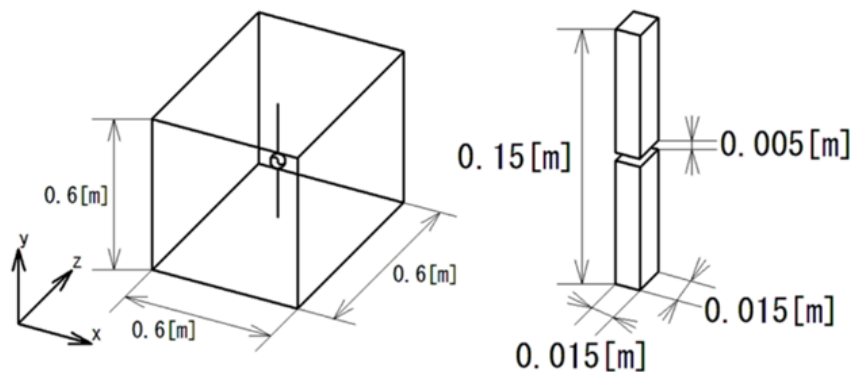


図3 ダイポールアンテナモデル (左: 全体, 右: アンテナ)

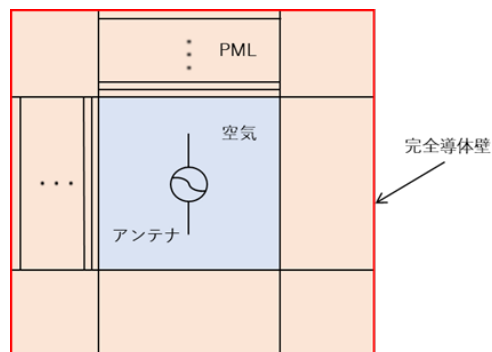


図3 PML 吸収境界

表 1 解析モデルの物性値

|      | 誘電率<br>[F/m]            | 導電率<br>[S/m] |
|------|-------------------------|--------------|
| アンテナ | $8.854 \times 10^{-10}$ | 0.0          |
| 空気   | $8.854 \times 10^{-12}$ | 0.0          |

計算には、筆者らの研究室で所有する AMD EPYC 9654 (3.20GHz)を搭載する共有メモリマシンを用いた。本機の総コア数は 192 であり、1.5TB のメモリを搭載している。計算は 160 コアを用いて行った。コンパイラは icx, 並列化ライブラリに MPI を用いた。

本数値実験において、部分領域ソルバに  $LDL^T$  分解に基づく通常の直接法ソルバを用いる従来版と、マルチフロンタル法に基づく DSS である PARDISO に置換した改修版のそれぞれで計算を行い、部分領域サイズを 300, 500, 1,000, 5,000, 10,000, 50,000, 100,000 と変化させ、インターフェース問題を求解する COCG 法の反復回数、解析全体に要した計算時間、メモリ使用量を比較する。計算結果を表 3 に示す。

反復回数について、部分領域サイズを増やすことで反復回数を低減し収束性が向上する様子が示された。ただし、部分領域サイズ 10,000 で一度大きく増加し、その後再び減少していった。従来版の部分領域サイズ 300 を基準として、部分領域サイズ 5,000 では従来版・改修版ともに 93%もの反復回数を抑制した。

計算時間について、部分領域サイズ 300, 500 では従来版が優勢であったが、部分領域サイズ 1,000 以降では改修版の方が高速となった。今回の検討で最も高速となった部分領域サイズ 1,000, 5,000 における改修版では、従来版の部分領域サイズ 300 比で 83%の計算時間を短縮、また、従来版で最も高速だった部分領域サイズ 1,000 比でも改修版の方が約 16%高速だった。

メモリ使用量について、部分領域サイズを増やす、すなわち、部分領域問題に関する行列規模を大きくすることで、メモリ使用量は増大していく。はじめは改修版の方がやや多いメモリを消費していたが、その後部分領域サイズを増やした際のメモリ使用量の増加幅は改修版の方が小さく、部分領域サイズ 5,000 のメモリ使用量は同サイズに従来版比で 58%, 部分領域サイズ 10,000 では 43%と、改修版ではより大きな部分領域サイズの設定時に優れたメモリ効率が得られた。

先行研究に基づき従来版では部分領域サイズ 300 程度が適当であるとして本解析ではこれを基準としたが、今回の結果では従来版においても反復回数・計算時間の両面で部分領域サイズ 5,000 が良好であった。このことから、解析モデル・周波数など問題により最適な部分領域サイズは異なる可能性があり、今後検討の余地がある。ただし、メモリ使用量は部分領域サイズが大きいほど増加するため、計算環境に応じた選択が必要である。

表 2 計算結果

| 部分領域サイズ | ソルバ         | 反復回数   | 計算時間<br>[sec] | メモリ<br>[GB] |
|---------|-------------|--------|---------------|-------------|
| 300     | $LDL^T$     | 45,045 | 8,203         | 68          |
|         | PARDIS<br>O | 44,371 | 12,956        | 85          |
| 500     | $LDL^T$     | 23,114 | 4,572         | 72          |
|         | PARDIS<br>O | 22,783 | 6,539         | 85          |
| 1,000   | $LDL^T$     | 6,488  | 1,633         | 89          |
|         | PARDIS<br>O | 4,580  | 1,359         | 91          |
| 5,000   | $LDL^T$     | 3,208  | 2,178         | 176         |
|         | PARDIS<br>O | 3,223  | 1,389         | 102         |
| 10,000  | $LDL^T$     | 12,050 | 12,588        | 256         |
|         | PARDIS<br>O | 12,657 | 6,916         | 110         |
| 50,000  | $LDL^T$     | ---    | ---           | ---         |
|         | PARDIS<br>O | 8,981  | 9,089         | 160         |
| 100,000 | $LDL^T$     | ---    | ---           | ---         |
|         | PARDIS<br>O | 8,562  | 10,885        | 192         |

総評として、本検討では、改修版における部分領域サイズ 5,000 の設定時が最も良好であり、基準とした従来版・部分領域サイズ 300 比で反復回数を 93%抑制、計算時間を 83%短縮した。また、同サイズでの従来版比では 36%の計算時間短縮と 42%の使用メモリ削減の効果が得られた。図 6 は従来版・部分領域サイズ 300 および改修版・部分領域サイズ 5,000 での各解析結果よりアンテナを中心とする電場虚部の様子を可視化したものである。

### 【参考文献】

- [1] A. Takei, S. Sugimoto, M. Ogino, S. Yoshimura, and H. Kanayama, “Full wave analyses of electromagnetic fields with an iterative domain decomposition method”, IEEE Trans. on Magnetics, Vol.46, No.8, pp.2860-2863, 2010.
- [2] 武居周, 杉本振一郎, 荻野正雄, 吉村忍, 金山寛, “階層型領域分割法において部分領域に直接法を適用した高周波電磁場の大規模解析”, 電気学会論文誌 A(基礎・材料・共通部門誌), Vol.130, No.3, pp.239-246, 2010.
- [3] 東勇, 山田知典, 武居周, “反復型領域分割法に基づくマイクロ波シミュレーション”, 日本シミュレーション学会論文誌, Vol.10, No.1, pp.25-33, 2018.

〈発 表 資 料〉

| 題 名                                                                                               | 掲載誌・学会名等                                            | 発表年月   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|--------|
| 電磁界解析の複素対称行列向け積型反復法                                                                               | 電気学会論文誌 B                                           | 2024 年 |
| CAD Development of Moving Hula Costume                                                            | Journal of Robotics, Networking and Artificial Life | 2024 年 |
| Convergence Characteristics of Domain Decomposition Method for Full-Wave Electromagnetic Analysis | IEICE Transactions on Electronics                   | 2024 年 |
| 高精度と高速性を両立した人体内準静電界解析                                                                             | 電子情報通信学会論文誌 C                                       | 2024 年 |